

**Министерство образования и науки Забайкальского края  
Чернышевский филиал Государственного профессионального  
образовательного учреждения  
«Шилкинский многопрофильный лицей»**

Утверждаю:  
Заместитель директора –  
руководитель филиала  
О.Ю. Емельянова  
«02» сентября 2025г.



**ПРОГРАММА ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРЕДМЕТА  
ООП. 07 Математика**

по профессиям: 23.01.10 Слесарь по обслуживанию и ремонту  
подвижного состава

2025 г.

Рабочая программа общеобразовательного предмета разработана на основе примерной программы учебного предмета «Математика» по профессиям среднего профессионального образования на базовом уровне в соответствии с ФГОС СПО и ФГОС СОО (далее СПО) 23.01.10 Слесарь по обслуживанию и ремонту подвижного состава

Организация-разработчик: Чернышевский филиал Государственного профессионального образовательного учреждения «Шилкинский многопрофильный лицей»

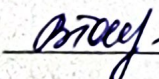
Автор программы: Гаученова В.П., преподаватель Чернышевский филиал ГПОУ «Шилкинский многопрофильный лицей»

Рассмотрено

на заседании методической

цикловой комиссии

Председатель МЦК

 В.П. Гаученова

02 сентября 2025

## СОДЕРЖАНИЕ

	стр.
<b>1. ПАСПОРТ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>4</b>
<b>2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>8</b>
<b>3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>18</b>
<b>4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	<b>19</b>

Освоение содержания учебной дисциплины «Математика» обеспечивает достижение студентами следующих *результатов*:

*личностных:*

-сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;

-понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;

-развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;

-овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественнонаучных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;

-готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

-готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;

-готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;

-отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

*метапредметных:*

-умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

-умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

-владение навыками познавательной, учебно-исследовательской

и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

-готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках

информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

-владение языковыми средствами – умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

-владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения;

-целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

**предметных:**

-сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;

-сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

-владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

-владение стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

-сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

-владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

-сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

-владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.

**Рекомендуемое количество часов на освоение программы дисциплины:**

23.01.09. «Машинист локомотива»; 23.01.10 «Слесарь по обслуживанию и ремонту подвижного состава».

максимальной учебной нагрузки обучающегося 482 часов, в том числе:  
обязательной аудиторной учебной нагрузки обучающегося 321 часов;  
самостоятельной работы обучающегося 161 часов.

аудиторная нагрузка	321
самостоятельная работа обучающегося (всего)	161
лекции	3
семинары	110
практические занятия	5
курсовые проекты (работы)	
экзамены	

## 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

### 2.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов
<b>Максимальная учебная нагрузка (всего)</b>	482
<b>Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего)</b>	321
в том числе:	
практические работы	14
контрольные работы	16
<b>Самостоятельная работа обучающегося (всего)</b>	161
в том числе:	
<i>Написать эссе</i>	5
<i>Решение задач</i>	148
<i>Составить кроссворд</i>	8
Итоговая аттестация в форме	Экзамена

## 2. Тематический план и содержание учебной дисциплины: Математика

Наименование разделов и тем	Содержание учебного материала, практические работы, самостоятельная работа обучающихся	Объем часов	Уровень освоения	Коды результатов освоения дисциплины
I	2	3	4	
<b>Введение</b>	Содержание учебного материала			
	1 Математика в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности. Цели и задачи изучения математики в учреждениях среднего профессионального образования.	1	2	Л1-Л4 Л8 М1-М2 П1-П2
	Внеаудиторная самостоятельная работа №1 .Написать эссе на тему «Значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике»	5		Л1Л2 М7 П1
	<b>Обобщающее повторение за курс основной школы 5ч</b>			
	Содержание учебного материала	5		
	1 Повторение: действия с десятичными дробями, действия с положительными и отрицательными числами			Л4-Л6 М5-М7
	2 Степени .Свойства. Неравенства. Входящий контроль. <b>Контрольная работа</b>			П3-П5
<b>Тема I</b>	<b>Развитие понятие о числе 16 ч</b>		2	
<b>Тема I.1.</b>	Содержание учебного материала			
	1 Целые и рациональные числа	14		Л3-Л4,Л6
	2 Действительные числа			М1-М2
	3 Приближенные вычисления			П3
	4 Абсолютная и относительная погрешности			
	5 Комплексные числа			
	6 Контрольная работа№1	1		

	<b>Практическая работа №1 по теме: Развитие понятие о числе</b>	1		
<b>Тема 2</b>	<b>Корни. Степени. Логарифмы 40ч</b>			
<b>Тема 2.1</b>	Содержание учебного материала	8	2	Л6-Л7
1	Повторение. Что мы знаем о степенях?			М1-М5
2	корень n-ой степени. Свойства			П3-П4
3	Степень с произвольным показателем			
<b>Тема 2.2</b>	Содержание учебного материала	7		
1	Логарифмы			Л4 М6-М7
	2	Контрольная работа №2	1	П3
	<b>Практическая работа №2 по теме: Преобразование выражений, содержащих радикалы, степени и логарифмы</b>	1		
<b>Тема 2.3</b>	Содержание учебного материала	21		
1	Показательные и логарифмические функции			Л3Л4Л6Л7
<b>Тема 2.4</b>	Содержание учебного материала	1		М3-М5
1	Показательные уравнения и неравенства			П4-П5
2	Логарифмические уравнения и неравенства			
	3	Контрольная работа №3	1	
	<b>Практическая работа №3 по теме: Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств»</b>	1		
	Внеаудиторная самостоятельная работа №2, №3, №4	18		Л3-Л7
	Решение задач по теме: «Корни Решение иррациональных уравнений»			М1М7
	Решение задач по теме: «Степени. Преобразование выражений, содержащих показательные и логарифмические функции»			
	Решение задач по теме: «Показательные и логарифмические уравнения»			П4

	<b>Практическая работа №5 по теме: Комбинаторика</b>		1		
	Внеаудиторная самостоятельная работа №8 Решение задач по теме: «Задачи комбинаторики»		10		П7 Л4 М4М5
<b>Тема 5</b>	<b>Координаты и векторы 24</b>				
	Содержание учебного материала		2	2	Л3-Л7 М1-М2 М5-М7 П3-П6
<b>Тема 5.1</b>	1	Понятие вектора в пространстве. Равенство векторов			
<b>Тема 5.2</b>	Содержание учебного материала		8		
	1	Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число. Разложение вектора по направлениям. Угол между двумя векторами. Проекция вектора на ось. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов			
<b>Тема 5.3</b>	Содержание учебного материала		8		
	1	Прямоугольная система координат в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы, плоскости и прямой.			
<b>Тема 5.4</b>	Содержание учебного материала		4		
	1	Использование координат и векторов при решении математических и прикладных задач.			
	2	Контрольная работа №6	1		
	<b>Практическая работа №6 по теме: Координаты и векторы</b>		1		

<b>Тема 6</b>	<b>Основы тригонометрии 40ч</b>							
<b>Тема 6.1</b>	Содержание учебного материала		4	2	Л5-Л7 М1-М2М5-М7 П3 П4			
	1	Углы и вращательное движение. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.						
<b>Тема 6.2</b>	Содержание учебного материала		6			Л5-Л7 М1-М2М5-М7 П3 П4		
	1	Основные тригонометрические тождества						
<b>Тема 6.3</b>	Содержание учебного материала		12				Л5-Л7 М1-М2М5-М7 П3 П4	
	1	Преобразование простейших тригонометрических выражений;						
	2	Контрольная работа №7	1					
<b>Практическая работа №7 по теме: Преобразование тригонометрических выражений</b>			1					Л5-Л7 М1-М2М5-М7 П3 П4
<b>Тема 6.4</b>	Содержание учебного материала		14					
	1	Тригонометрические уравнения и неравенства						
	2	Контрольная работа №8	1					
<b>Практическая работа №8 по теме: «Решение тригонометрических уравнений»</b>			1		Л3Л5 М1М4М6			
Внеаудиторная самостоятельная работа		10						
№9 Решение задач по теме: «Использование тригонометрических формул для преобразования тригонометрических выражений» №10 Решение задач по теме: Решение тригонометрических уравнений»		26						
<b>Тема 7</b>	<b>Функции и графики 26ч</b>							
<b>Тема 7.1</b>	1	Обзор общих понятий. Область определения и множество значений.	4		Л3-Л7 М1-М7 П5-П8			
	2	График функции, построение графиков функций, заданных различными способами.						
<b>Тема 7.2</b>	Содержание учебного материала		8					
	1	Свойства функций. Схема исследования функций						

<b>Тема 7.3</b>	Содержание учебного материала	4	2	
	1 Обратные функции			
<b>Тема 7.4</b>	Содержание учебного материала	8		Л3-Л7 М1-М7 П5-П8
	1 Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции.			
	2 Контрольная работа №9	1		
	<b>Практическая работа №9 по теме: Построение и чтение графиков. Свойства функций</b>	1		
	Внеаудиторная самостоятельная работа №11 Решение задач по теме: «Построение и чтение графиков функции»	16		Л3Л5Л6 М1М3 П5
<b>Тема 8</b>	<b>Многогранники и круглые тела30ч</b>			
<b>Тема 8.1</b>	Содержание учебного материала	2	2	Л2-Л5 М1-М7 П6
	1 Понятие многогранника			
	2 Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.			
<b>Тема 8.2</b>	Содержание учебного материала	4		
	1 Призма. Прямая и наклонная призма. Правильная призма.			
	1 Параллелепипед. Куб			
<b>Тема 8.3</b>	Содержание учебного материала			
	1 Пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.	6		
	2 Тетраэдр. Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде. Сечения куба, призмы и пирамиды.			
	3 Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).			
<b>Тема 8.4</b>	Содержание учебного материала			

	1	Тела и поверхности вращения	8	
		Содержание учебного материала	7	
	1	Измерения в геометрии		Л2-Л5
	2	Контрольная работа №10	1	М1-М7
		<b>Практическая работа №10 по теме: Многогранники и круглые тела</b>	1	П6
		Внеаудиторная самостоятельная работа №12 «Решение задач по теме Многогранники и круглые тела»	12	Л6М7П6
<b>Тема 9</b>		<b>Начала математического анализа 36ч</b>		
		Содержание учебного материала	4	
<b>Тема 9.1</b>	1	Последовательности. Способы задания и свойства числовых последовательностей		
	2	Суммирование последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.		
<b>Тема 9.2</b>		Содержание учебного материала	29	Л1-Л8
	1	Производная		М1-М7
	2	Контрольная работа №11	1	П3-П5
		<b>Практическая работа №11 по теме: Правила вычисления производных</b>	2	
		<b>Практическая работа №12 по теме: Приложение производной</b>		
		Внеаудиторная самостоятельная работа Самостоятельная работа №13 « Решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения»	10	Л4Л6 М1М5
				П5
<b>Тема 10</b>		<b>Интеграл и его применение 18ч</b>		
<b>Тема 10.1</b>	1	Первообразная. Применение определенного интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница.	10	
	2	Примеры применения интеграла в физике и геометрии.		Л3Л5Л7

<b>Тема 10.2</b>	Содержание учебного материала		6		М1-М7 ПЗП5
	Контрольная работа №12		1		
	1	Пространственные тела <b>Практическое занятие №13 по теме: Применение интеграла для вычисления площадей и объемов</b>	1		
	Внеаудиторная самостоятельная работа №14 «Вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла»		8		Л5Л6П5 М4М7
<b>Тема 11</b>	<b>Элементы теории вероятностей и математической статистики 12ч</b>				
<b>Тема 11.1</b>	Содержание учебного материала				
	1	Введение. Основные понятия	2		П7-П8
	2	Классическое определение вероятности	5		Л4-Л6-Л8
	3	Вычисление вероятностей	4		М1-М7
	4	Контрольная работа №13	1		
	Внеаудиторная самостоятельная работа №15 Решение задач по теме: «Элементы теории вероятностей»		6		Л3Л6 М4П7
<b>Тема 12</b>	<b>Уравнения и неравенства 22ч</b>				
<b>Тема 12.1</b>	Содержание учебного материала		4		Л1-Л8
	1	Введение Алгебраические уравнения			М1М7
	2	Основные термины. Равносильность			П4
<b>Тема 12.2</b>	Содержание учебного материала		6		
	1	Основные приёмы решения уравнений			

<b>Тема 12.3</b>	Содержание учебного материала	6	
	1 Системы уравнений		
	Содержание учебного материала	4	
	1 Неравенства		
	2 Контрольная работа №14	1	
	<b>Практическая работа №14 по теме Уравнения и неравенства</b>	2	
<b>Тема 13</b>	<b>Повторение за курс 15ч</b>		
	Содержание учебного материала	15	Л1-Л8 М1-М7 П3-П6
	1 Повторение по теме: Корни. Степени. Логарифмы	2	
	2 Повторение по теме: Производная	2	
	3 Интеграл	2	
	4 Решение пробных экзаменационных работ	7	
	5 Контрольная работа №15	2	
	<b>Внеаудиторная самостоятельная работа №16 Решение задач пробных вариантов контрольных работ</b>	14	Л1-Л6Л8М1-М7П1-П8
	<b>Всего ( внеаудиторная самостоятельная работа):</b>	161	

### **3. УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **3.1. Требования к минимальному материально-техническому обеспечению программы учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия»**

Оборудование учебного кабинета:

- посадочные места по количеству обучающихся; рабочее место преподавателя;
- дидактический раздаточный материал, учебники
- комплект инструментов для работы у доски (циркуль, треугольники)

Технические средства обучения: ноутбук, мультимедийный проектор, экран

#### **3.2. Информационное обеспечение обучения**

##### **Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы**

Основные источники: Башмаков М.И учебник для студентов сред.проф.образования. – 9е изд., стер.- М. :Издательский центр «Академия» 2014.- 256с.

Башмаков М.И Математика: учебник –М. КНОРУС, – 2017. – 394С.- (Начальное и среднее профессиональное образование)

Башмаков М.И. Математика. Задачник: учебное пособие для студ.учреждений сред. проф. образования -5-е изд., стер. – М. –Издательский центр «Академия» 2014. -416с.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учебное пособие для учреждений нач. и сред. проф. Образования – 2-е изд. Испр. –М. – Издательский центр «Академия». 2013. 208с.

Дополнительные источники: Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия. 10-11 класс. – М., 2012

Башмаков М.И. Математика: учебник для 10 кл. – М.,1992. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 -11 кл. – М., 2012.

Атанасян Л.С. и др. Геометрия. 10-11 кл. – М., 2013.

Башмаков М.И Математика (базовый уровень). 10 - 11 кл. – М., 2012

Башмаков М.И Математика (базовый уровень). 10 - 11 кл. – М., 2012

<http://fcior.edu.ru> - информационные, тренировочные и контрольные материалы.

[www.school-collection.edu.ru](http://www.school-collection.edu.ru) – Единая коллекции Цифровых образовательных ресурсов

#### 4. КОНТРОЛЬ И ОЦЕНКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Контроль и оценка результатов освоения дисциплины осуществляется преподавателем в процессе проведения контрольных работ, практических занятий и а также выполнения обучающимися индивидуальных заданий, внеаудиторной самостоятельной работы и экзамен

Результаты обучения	Формы и методы контроля и оценки результатов обучения
<p><b>личностных:</b></p> <p>Л1-сформированность представлений о математике как универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, об идеях и методах математики;</p> <p>Л2-понимание значимости математики для научно-технического прогресса, сформированность отношения к математике как к части общечеловеческой культуры через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;</p> <p>Л3-развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;</p> <p>Л4-овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для освоения смежных естественнонаучных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях, не требующих углубленной математической подготовки;</p> <p>Л5-готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;</p> <p>Л6-готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;</p> <p>Л7-готовность к коллективной работе, сотрудничеству со сверстниками в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;</p> <p>Л8-отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;</p>	<p>ВСР№1-ВСР№16</p> <p>Практические работы№1-№14</p> <p>Контрольные работы №1-№14</p>

### **метапредметных:**

М1-умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

М2-умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

М3-владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

М4-готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, включая умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

М5-владение языковыми средствами – умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

М6-владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения;

М7-целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность и интуиция, развитость пространственных представлений; способность воспринимать красоту и гармонию мира;

ВСР№1-ВСР№16

Практические работы№1-№14

Контрольные работы №1-№14

**предметных:**

П1-сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;

П2-сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;

П3-владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

П4-владение стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;

П5-сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;

П6-владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;

П7-сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

П8-владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач.


BCP№1-BCP№16

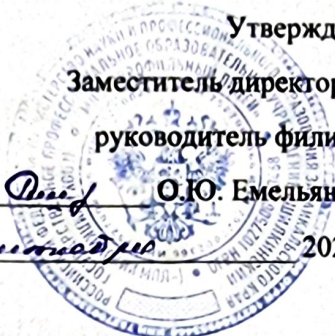
Практические работы№1-№14

Контрольные работы №1-№14

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2025 год

**Министерство образования и науки Забайкальского края  
Чернышевский филиал Государственного профессионального  
образовательного учреждения  
«Шилкинский многопрофильный лицей»**

Утверждаю:  
Заместитель директора –  
руководитель филиала  
 О.Ю. Емельянова  
« 02 » Сентября 2025г.



**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
по выполнению лабораторных и практических работ  
по общеобразовательному предмету: ООП. 07 Математика  
по профессии: 23.01.10 Слесарь по обслуживанию и ремонту  
подвижного состава**

2025 г.

Методические рекомендации по выполнению практических работ обучающимися разработаны на основе программы общеобразовательного предмета ООП.07 Математика

Организация-разработчик: Чернышевский филиал ГПОУ «Шилкинский многопрофильный лицей»

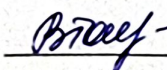
Разработчик:  
В.П. Гаученова, преподаватель Чернышевский филиал ГПОУ «Шилкинский многопрофильный лицей»

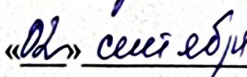
Рассмотрено

на заседании методической

цикловой комиссии

Председатель МЦК

 В.П. Гаученова

 «08» августа 2025 год

## Содержание

Введение	4
Общие рекомендации обучающемуся по выполнению практических работ	5
Методические рекомендации по выполнению практических работ	6
Критерии оценивания практических работ	7
Тематический план	8
Инструкции по выполнению практических работ	9
Список основной и дополнительной работы	10

## Пояснительная записка

Настоящий сборник учебно-методический сборник предназначен в качестве методического пособия при выполнении практических работ по программе дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия». Для каждой практической работы разработаны задания-инструкции. В них формулируется тема и цель работы, описывается весь ход работы, даются указания к оформлению результатов работы. Некоторые инструкционные карты снабжены обширным теоретическим материалом. Были разработаны практические работы по следующим разделам:

- «Корни, степени и логарифмы»;
- «Прямые и плоскости в пространстве»;
- «Координаты вектора»;
- «Основы тригонометрии»;
- «Построение графиков степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической функций»;
- «Многогранники»;
- «Вычисления площадей плоских фигур»;
- «Решение уравнений и неравенств».

Практическая работа важнейшая составная часть обучения математике, направленная на гармоничное развитие личности обучающегося. Они имеют большое теоретическое и практическое значение. Практическая работа проводится с целью: формирование у обучающихся профессиональных умений, а также практических умений, необходимых для изучения последующих учебных дисциплин, а также подготовка к применению этих умений в профессиональной деятельности.

Так, на практических занятиях по математике у обучающихся формируется умение решать задачи, которое в дальнейшем должно быть использовано для решения профессиональных задач по специальным дисциплинам.

В ходе практических работ обучающиеся овладевают умениями пользоваться информационными источниками, работать с нормативными

документами и инструктивными материалами, справочниками, выполнять чертежи, схемы, таблицы, решать разного рода задачи, делать вычисления.

Задачи, которые решаются в ходе практических занятий по математике:

- формирование общеучебных умений (решать задачи, работать с информацией и т.п.), необходимых в последующей учебной деятельности;
- обобщение, систематизация, углубление, конкретизация теоретических знаний, использование их на практике.
- расширение и закрепление теоретических знаний по математике, полученных в ходе лекционных занятий;
- формирование у обучающихся практических умений и навыков, необходимых для успешного решения задач по математике;
- развитие у обучающихся потребности в самообразовании и совершенствовании знаний и умений в процессе изучения математики;
- формирование творческого отношения и исследовательского подхода в процессе изучения математики;
- формирование профессионально-значимых качеств будущего специалиста и навыков приложения полученных знаний в профессиональной сфере.

Предметом оценки результатов выполнения заданий для практических работ являются: формируемые результаты освоения в соответствии с программой учебной дисциплины;

## **Общие рекомендации обучающемуся**

### **по выполнению практических работ**

1. Внимательно прослушайте рекомендации преподавателя по выполнению практической работы.
2. Внимательно прочитайте тему и цель практической работы.
3. Прочитайте теоретические сведения к практической работе.
4. Прочитайте содержание работы.
5. Выполните все задания практической работы
6. По окончании выполнения практической работы сделайте вывод.
7. Подготовьте работу преподавателю для проверки.
8. Участвуйте в обсуждении и оценке полученных результатов практической работы.

## Методические рекомендации по выполнению практических работ

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнения и задания проводятся по вычитанному на уроках материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов урока. Следует подчеркнуть, что только после усвоения материала урока, он будет закрепляться на практических занятиях. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике.

При самостоятельном решении поставленных задач нужно обосновывать каждый этап действий, исходя из теоретических знаний. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала решения поставленных задач составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками, инструкциями по выполнению.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный результат следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи.

### Критерии оценки практических работ

№ п/п	Критерии оценки	Метод оценки	Работа выполнена	Работа выполнена не полностью	Работа не выполнена
			Высокий уровень 5 б.	Средний уровень 4-3 б.	Низкий уровень 2-1 б.
1	Правильность и самостоятельность выполнения всех этапов практической работы	Наблюдение преподавателя	Практическая работа выполнена самостоятельно и правильно	При выполнении практической работы обучающийся допускал незначительные ошибки, часто обращался за помощью к преподавателю	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Практическая работа не выполнена.</li> <li>2. Обучающийся выполнял работу только с помощью преподавателя и других учащихся</li> <li>3. Отчет выполнен и оформлен небрежно, без соблюдения установленных требований.</li> </ol>
2	Наличие конспекта, материал которого соответствует теме практической работы  Наличие заготовки отчета к практической работе	Наблюдение преподавателя	Имеется заготовка отчета к практической работе Содержание конспекта полностью соответствует теме практической работы	Заготовка отчета имеется в наличии, но с недочетами, не полными таблицами и т.п. Конспект имеется в наличии, но содержит не полный материал теме практической работы.	
3	Правильность оформления	Проверка работы	Оформление отчета полностью соответствует требованиям.	В оформлении отчета имеются незначительные недочеты и небольшая небрежность.	

## Тематический план

№	Содержание практических работ	Количество часов
1	Практическая работа №1 по теме «Корни, степени и логарифмы»	2
2	Практическая работа №2 по теме «Прямые и плоскости в пространстве»	2
3	Практическая работа №3 по теме «Координаты вектора»	2
4	Практическая работа №4 по теме «Основы тригонометрии»	2
5	Практическая работа №5 по теме: «Построение графиков степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической функции»	2
6.	Практическая работа №5 по теме: «Многогранники»	2
7.	Практическая работа № 6 по теме: «Вычисления площадей плоских фигур»	1
8.	Практическая работа № 7 по теме: «Решение уравнений и неравенств».	1
		Итого: 14

## Практическая работа №1 по теме «Корни, степени и логарифмы»

Цель: - систематизировать знания по данной теме

Порядок выполнения работы

1. Решите практическую работу.
2. Оформите решение письменно в тетради.

### Вариант 1

1. Найдите значение числового выражения:

а)  $\sqrt[4]{16 \cdot 0,0001}$ ;

б)  $\sqrt[4]{\frac{16}{0,25}}$ ;

в)  $9^{2\frac{1}{2}}$ ;

г)  $3^{\log_3 8}$ ;

д)  $\log_3 \frac{1}{27}$ ;

е)  $\log_{\sqrt{2}} 8$ .

2. Представьте степень с дробным показателем в виде корня:

а)  $5^{\frac{2}{3}}$ ;

б)  $c^{0,2}$ .

3. Упростите выражение:

$$\frac{(a^{-1}b^{-1})^{-\frac{1}{2}}(a^{-2}b^{-1})^{\frac{1}{4}}}{(a^{-1}b^2)^{\frac{1}{4}}}$$

4. Вычислите:

а)  $\frac{\frac{1}{2}\log_3 64 - 2\log_3 2}{\log_3 2}$ ;

б)  $9^{-\frac{5}{2}} + 10 \cdot (4^0)^5 - (0,25)^{-\frac{2}{3}} - 9^{\frac{3}{2}} \cdot 27 \cdot 3^{-5}$

в)  $\sqrt[4]{6 - 2\sqrt{17}} \cdot \sqrt[4]{6 + 2\sqrt{17}}$

5. Упростите выражение:

г)  $\frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{a-b}{a + a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} + b} + 2a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$

## Вариант 2

1. Найдите значение числового выражения:

а)  $\sqrt[5]{243 \cdot \frac{1}{32}}$ ;

б)  $\sqrt[3]{54 \cdot 24}$ ;

в)  $0,16^{\frac{1}{2}}$ ;

г)  $4^{\log_4 12}$ ;

д)  $\log_{\frac{1}{5}} 81$ ;

е)  $\log_5 \frac{1}{\sqrt{5}}$ .

2. Представьте степень с дробным показателем в виде корня:

а)  $3^{\frac{1}{2}}$ ;

б)  $a^{0,3}$ .

3. Упростите выражения:

$$\frac{(a^{-1}b^2)^{-\frac{1}{2}}(a^2b^{-1})^{\frac{1}{2}}}{(a^{-4}b^{17})^{-\frac{1}{4}}}$$

4. Вычислите:

а)  $\frac{2 \log_{0,5} 2 + \log_{0,5} \sqrt{10}}{\log_{0,5} 10 - \log_{0,5} \sqrt{10} + \log_{0,5} 4}$ ;

б)  $16^{\frac{5}{4}} - (0,01)^{\frac{1}{2}} + 12 \cdot (7^0)^3 - 16 \cdot 2^{-5} \cdot 64^{\frac{2}{3}}$

в)  $\sqrt[3]{\sqrt{17} + 3} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{17} - 3}$

5. Упростить выражение:

г)  $\left( \frac{q^{\frac{1}{2}}}{p - p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}} + \frac{p^{\frac{1}{2}}}{q - p^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}} \right) \cdot \frac{pq^{\frac{1}{2}} + p^{\frac{1}{2}}q}{p - q}$

**Практическая работа №2 по разделу «Прямые и плоскости в пространстве».**

**Цель:** Закрепить и систематизировать знания по теме: «Прямые и плоскости в пространстве».

<u>I вариант</u>	<u>II вариант</u>
1. Решить задачу:	
<p>1) Длина наклонной 18 см. Угол между наклонной и плоскостью <math>30^\circ</math>. Чему равна длина проекции наклонной на эту плоскость?</p> <p>2) Из точки лежащей вне плоскости проведены к этой плоскости две наклонные под углом <math>30^\circ</math>, равные <math>2\sqrt{3}</math>. Их проекции образуют между собой угол <math>120^\circ</math>. Определить расстояние между основаниями наклонных.</p> <p>3) Катеты прямоугольного треугольника <math>ABC</math> равны 12 и 16 дм. Из вершины прямого угла <math>C</math> восстановлен к плоскости треугольника перпендикуляр <math>CM=28</math> дм. Найти расстояние от точки <math>M</math> до гипотенузы.</p>	<p>1) Вычислить угол, под которым диагональ куба наклонена к его грани.</p> <p>2) Из центра <math>O</math> круга радиуса, равного 3 дм, восстановлен перпендикуляр <math>OB</math> к его плоскости. <math>K</math> окружности проведена касательная в точке <math>A</math> и на этой касательной отложен от точки касания отрезок <math>AC</math>, равный 2 дм. Найти длину наклонной <math>BC</math>, если <math>OB=6</math> дм.</p> <p>3) Найти отрезок <math>AB</math>, заключенный между гранями прямого двугранного угла, если проекции этого отрезка на грани равны 25 и 21 см.</p>

**Практическая работа №2 по разделу «Прямые и плоскости в пространстве».**

**Цель:** Закрепить и систематизировать знания по теме: «Прямые и плоскости в пространстве».

<u>I вариант</u>	<u>II вариант</u>
<b>1. Решить задачу:</b>	
<p>1) Длина наклонной 18 см. Угол между наклонной и плоскостью <math>30^\circ</math>. Чему равна длина проекции наклонной на эту плоскость?</p> <p>2) Из точки лежащей вне плоскости проведены к этой плоскости две наклонные под углом <math>30^\circ</math>, равные <math>2\sqrt{3}</math>. Их проекции образуют между собой угол <math>120^\circ</math>. Определить расстояние между основаниями наклонных.</p> <p>3) Катеты прямоугольного треугольника <math>ABC</math> равны 12 и 16 дм. Из вершины прямого угла <math>C</math> восстановлен к плоскости треугольника перпендикуляр <math>CM=28</math> дм. Найти расстояние от точки <math>M</math> до гипотенузы.</p>	<p>1) Вычислить угол, под которым диагональ куба наклонена к его грани.</p> <p>2) Из центра <math>O</math> круга радиуса, равного 3 дм, восстановлен перпендикуляр <math>OB</math> к его плоскости. <math>K</math> окружности проведена касательная в точке <math>A</math> и на этой касательной отложен от точки касания отрезок <math>AC</math>, равный 2 дм. Найти длину наклонной <math>BC</math>, если <math>OB=6</math> дм.</p> <p>3) Найти отрезок <math>AB</math>, заключенный между гранями прямого двугранного угла, если проекции этого отрезка на грани равны 25 и 21 см.</p>

### Практическая работа № 3 по разделу «Координаты вектора»

Цель: закрепить умения выполнять действия над векторами

Содержание работы.

Основные понятия.

1. Вектором называется отрезок, у которого указано, какой из концов является началом, а какой – концом (направленный отрезок), обозначается  $\vec{a}$ ,  $\overline{AB}$ , где  $A$  - начало вектора,  $B$  - конец.

2. Векторы называются коллинеарными, если они расположены на одной или параллельных прямых.

3. Векторы называются ортогональными, если угол между ними  $90^\circ$ .

4. Векторы можно складывать ( по правилам треугольника и параллелограмма), можно умножать на число:  $\vec{a} = \{a_1, a_2, a_3\}$   
 $\vec{b} = \{b_1, b_2, b_3\}$      $\vec{a} + \vec{b} = \{a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3\}$ ;  $k\vec{a} = \{ka_1, ka_2, ka_3\}$  .

5. Необходимое и достаточное условие коллинеарности векторов:  
 $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}$

6. Модуль вектора  $\vec{a} = \{a_1, a_2, a_3\}$  равен  $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$ .

7. Если заданы начало  $A(x_1, y_1, z_1)$  и конец  $B(x_2, y_2, z_2)$  вектора  $\overline{AB}$ , то его координаты и длина находятся следующим образом:

$$\overline{AB} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}; \quad |\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} .$$

8. Скалярным произведением векторов называется число, равное произведению длин этих векторов на косинус угла между ними

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$9. \cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

10. Необходимое и достаточное условие ортогональности векторов:  
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .

11. Проекция вектора на направление:

$$\text{Пр}_{\vec{b}} \vec{a} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3}{\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$$

### Задания

- 1 Найти линейную комбинацию векторов  $\overline{AB} - 3\overline{BC} + 4\overline{CD}$
- 2 Найти длины векторов  $\overline{AB}$ ;  $\overline{BC}$ ;  $\overline{CD}$
- 3 Найти косинусы углов между векторами  $\overline{AB}$  и  $\overline{BC}$ ;  $\overline{BC}$  и  $\overline{CD}$
- 4 Найти  $(\overline{AB} + \overline{CD}) \cdot \overline{AD}$
- 5 Найти  $\text{Pr}_{\overline{AB}}(\overline{BD} + \overline{AC})$
- 6 Выяснить, коллинеарны ли векторы  $\overline{AB}$  и  $\overline{CD}$
- 7 Выяснить, ортогональны ли векторы  $\overline{AB}$  и  $\overline{CD}$

### Исходные данные:

Даны точки  $A(6, 3, 3)$ ,  $B(-1, 0, -2)$ ,  $C(3, 1, 1)$ ,  $D(0, 4, 5)$ .

### Пример

### Задание 1

### Решение:

$$\overline{AB} = \{-1 - 6; 0 - 3; -2 - 3\} = \{-7; -3; -5\};$$

$$\overline{BC} = \{3 + 1; 1 - 0; 1 + 2\} = \{4; 1; 3\};$$

$$\overline{CD} = \{0 - 3; 4 - 1; 5 - 1\} = \{-3; 3; 4\};$$

$$\overline{AB} - 3\overline{BC} + 4\overline{CD} = \{-7 - 3 \cdot 4 + 4 \cdot (-3); -3 - 3 \cdot 1 + 4 \cdot 3; -5 - 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4\} = \{-31; 6; 2\}$$

**Практическое занятие №4 по теме «Основы тригонометрии»**

**Цель:** - систематизировать знания по данной теме.

I вариант	II вариант
1. <i>Контрольные вопросы</i>	
а) запишите основные тригонометрические тождества; б) запишите формулы сложения; в) запишите формулы суммы и разности синусов (косинусов); г) запишите формулы двойного аргумента;	
2. <i>Выразите в градусной мере величины углов:</i>	
а) $\frac{\pi}{3}$ ; б) $\frac{3\pi}{5}$ ; в) $\frac{5\pi}{36}$	а) $\frac{\pi}{2}$ ; б) $\frac{2\pi}{5}$ ; в) $\frac{7\pi}{12}$
3. <i>Найдите числовое значение выражения:</i>	
а) $\sin 0 + \cos \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{4}$ ; б) $6 \sin \frac{\pi}{6} \cos 0 + \operatorname{tg} 2 \frac{\pi}{3}$ ;	а) $\sin 0 + \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{4}$ ; б) $3 \sin \frac{\pi}{6} + 2 \cos \pi + \operatorname{ctg} 2 \frac{\pi}{6}$ ;

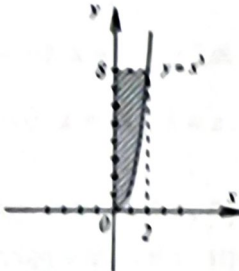
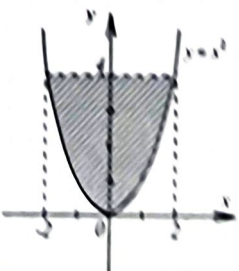
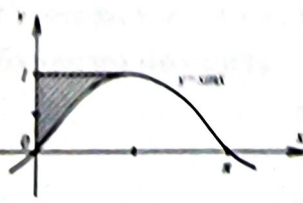
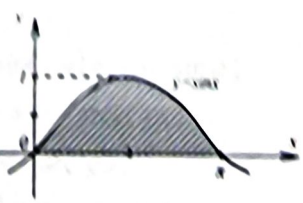
**Практическая работа №5 по теме: «Построение графиков степенной, показательной, логарифмической, тригонометрической функции»**

- Цель:** - систематизировать знания по теме;  
 - развивать навык построения графиков функций.

<u>I вариант</u>	<u>II вариант</u>
<b>1. Контрольные вопросы</b>	
а) что называется возрастающей и убывающей функцией? б) привести примеры возрастающей логарифмической функции; в) привести примеры убывающей логарифмической функции; г) привести примеры возрастающей показательной функции; д) привести примеры убывающей показательной функции.	
<b>2. В одной системе координат построить графики (цветными карандашами) следующих функций:</b>	
$y = \log_3 x; \quad y = 3^x$	$y = \log_{\frac{1}{2}} x; \quad y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
<b>3. Решить графически уравнение:</b>	
$\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1 = x^3 + 2$	$\log_2 x = x + 1$

**Практическая работа № 6 по теме «Вычисления площадей плоских фигур»**

**Цель:** научиться применять на практике знания, умения и навыки, полученные по теме для решения различных задач.

<u>I вариант</u>	<u>II вариант</u>
1. Вычислить определенный интеграл:	
1) $\int_1^2 \frac{(x^2 - 2x)(3 - 2x)}{x - 2} dx;$	3) $\int_1^2 \frac{(x^2 - 3x + 2)(2 + x)}{x - 1} dx;$
2) $\int_1^2 \frac{x^2 - 3x - 10}{x + 2} dx;$	4) $\int_1^2 \frac{x^2 - 4x}{x - 2} dx.$
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:	
$y = 4 - x^2, y = 0$	$y = -x^2 + 4x, y = 0$
4. Найти площадь фигуры, изображенной на заданном рисунке:	
1) 	2) 
3) 	4) 

## Практическая работа №7 по теме «Решение тригонометрических уравнений и неравенств».

**Цель:** - изучить основные приёмы решения различных тригонометрических уравнений и неравенств;  
- изучить методы решения простейших неравенств.

**Теоретические сведения:** Уравнения вида:  $\cos x = a$ ,  $\sin x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ ,  $\operatorname{ctg} x = a$  называются простейшими тригонометрическими уравнениями. Для решения простейших тригонометрических уравнений применяем формулы:

$$\cos x = a, |a| \leq 1$$

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ при } a > 0$$

$$x = \pm(\pi - \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \text{ при } a < 0.$$

**Частные случаи:**

$$\text{при } a = 1 \quad x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$\text{при } a = 0 \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z};$$

$$\text{при } a = -1 \quad x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\sin x = a, |a| \leq 1$$

$$x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ при } a > 0,$$

$$x = (-1)^{k+1} \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ при } a < 0.$$

**Частные случаи:**

$$\text{при } a = 1 \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$\text{при } a = -1 \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$\text{при } a = 0 \quad x = \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\operatorname{tg} x = a$$

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}, \text{ при } a > 0$$

$$x = -\operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}, \text{ при } a < 0$$

$$\operatorname{ctg} x = a$$

$$x = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ при } a > 0$$

$$x = \pi - \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}, \text{ при } a < 0$$

**Необходимо помнить:**  $\arcsin(-a) = -\arcsin a$ ;

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$
;

$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$$
;

$$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a.$$

Рассмотрим примеры решения уравнений.

1.  $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Алгоритм решения:

Используем формулу  $x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

Подставим в формулу  $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , получим  $x = (-1)^k \cdot \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

Найдем  $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$  по таблице:  $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$ .

Записываем ответ:  $x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

2.  $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

Алгоритм решения:

Используем формулу  $x = (-1)^{k+1} \cdot \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

Подставим в формулу  $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , получим  $x = (-1)^{k+1} \cdot \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

Найдем  $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$  по таблице:  $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$ .

Записываем ответ:  $x = (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ .

3.  $\cos x = \frac{1}{2}$ .

Алгоритм решения:

Используем формулу  $x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

Подставляем в формулу  $a = \frac{1}{2}$ , получаем  $x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

Находим значение  $\arccos \frac{1}{2}$  по таблице учебника.

Записываем ответ:  $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

4.  $\cos x = -\frac{1}{2}$ .

Алгоритм решения:

Используем формулу  $x = \pm(\pi - \arccos a) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

Подставляем в формулу, получаем  $x = \pm(\pi - \arccos \frac{1}{2}) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

Находим значение  $\arccos \frac{1}{2}$  по таблице учебника, выполняем необходимые вычисления.

Записываем ответ:  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

5.  $\operatorname{tg} x = 1$

Алгоритм решения:

Используем формулу  $x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

Подставляем  $a = 1$ , получаем  $x = \operatorname{arctg} 1 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

По таблице находим значение  $\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$ .

Записываем ответ:  $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

6.  $\operatorname{tg} x = -1$

Алгоритм решения:

Используем формулу  $x = -\operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

Подставляем  $a = 1$ , получаем  $x = -\operatorname{arctg} 1 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

По таблице находим значение  $\operatorname{arctg} 1 = \frac{\pi}{4}$ .

Записываем ответ:  $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

7.  $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$ .

Алгоритм решения:

Используем формулу  $x = \operatorname{arccctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

Подставляем  $a = \sqrt{3}$ , получаем  $x = \operatorname{arccctg} \sqrt{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

По таблице находим  $\operatorname{arccctg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{6}$ .

Записываем ответ:  $x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

8.  $\operatorname{ctg} x = -\sqrt{3}$ .

Алгоритм решения:

Используем формулу  $x = \pi - \operatorname{arccctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

Подставляем  $a = \sqrt{3}$ , получаем  $x = \pi - \operatorname{arccctg} \sqrt{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

По таблице находим  $\operatorname{arccctg} \sqrt{3} = \frac{\pi}{6}$ , выполняем необходимые вычисления.

Записываем ответ:  $x = \frac{5\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

**Решите уравнения:**

1.  $\sin x = \frac{1}{2}$ ;  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\sin x = 0$ . 2.  $\cos x = 1$ ;  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ .

3.  $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$ ;  $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ;  $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

### Список используемой основной и дополнительной литературы:

1. Геометрия, 10-11: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни / (Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.)-22-е изд.-М.: Просвещение, 2013г.- 255 с.:ил.
2. Математика: Учебник для учреждений нач. и сред. проф. образования /М.И. Башмаков.-5-е изд.,испр. -М.: Издательский центр «Академия», 2014.- 256 с.
3. Математика: Задачник для учреждений нач. и сред. проф. образования /М.И. Башмаков.-5-е изд.,испр. -М.: Издательский центр «Академия», 2014.- 256 с.
4. Алгебра и начала анализа: учеб. для 10-11 кл. общеобразоват. учреждений / (А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Ю.П. Дудницын и др.)- 15-е изд. М.: Просвещение, 2013. - 384с.

#### Интернет ресурсы:

1. <http://school-collection.edu.ru> – Электронный учебник «Математика в школе, XXI век».
2. <http://fcior.edu.ru> - информационные, тренировочные и контрольные материалы.
3. [www.school-collection.edu.ru](http://www.school-collection.edu.ru) – Единая коллекции Цифровых образовательных ресурсов.
4. <http://www.mathnet.ru/>
5. <http://catalog.alledu.ru/predmet/math/>
6. Учебно-информационные комплексы по математике для средних школ: <http://mschool.kubsu.ru/uik/index.htm>
7. Сайт-справочник правил, формул и теорем по математике: <http://matemathik.narod.ru/>
8. Мир Геометрии: <http://geometr.info/>
9. Страна Математика: <http://www.bymath.net/>

## Входной контроль

### Вариант 1.

1. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + y = 4, \\ xy = 3. \end{cases}$
2. Решите неравенство  $4x + 1,5 \leq 1,5(3 - 2x) - 5x$
3. Представьте выражение  $\frac{c^{-5}}{c^{-4} \cdot c^{-3}}$  в виде степени с основанием  $a$ .
4. Постройте график функции  $y = x^2 - 9$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция убывает.
5. Упростите выражение  $\frac{ab - b^2}{a} : \frac{a^2 - b^2}{a^2}$

## Входной контроль

### Вариант 2.

1. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x + y = 5, \\ xy = 4 \end{cases}$
2. Решите неравенство  $1,5(4x - 3) - 6x \geq 3,5 + 2x$
3. Представьте выражение  $\frac{z^{-16}}{z^{-8} \cdot z^{-10}}$  в виде степени с основанием  $u$ .
4. Постройте график функции  $y = -x^2 + 4$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция возрастает.
5. Упростите выражение  $\frac{3b^2 - 3}{1 - b} \cdot \frac{b}{b + 1}$

## Входной контроль

### Вариант 3.

1. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x - y = 6, \\ xy = 16. \end{cases}$$
2. Решите неравенство  $5x - 1,5(2x + 3) < 4x + 1,5$
3. Представьте выражение  $\frac{a^{-3} \cdot a^{-5}}{a^{-10}}$  в виде степени с основанием  $a$ .
4. Постройте график функции  $y = x^2 - 4$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция принимает положительные значения.
5. Упростите выражение  $\frac{b^2 - ab}{a} \cdot \frac{a^2}{b^2 - a^2}$

## Входной контроль. 1 курс

### Вариант 4.

1. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} x - y = 2, \\ xy = 15. \end{cases}$$
2. Решите неравенство  $2x - 4,5 > 6x - 0,5(4x - 3)$
3. Представьте выражение  $\frac{y^{-6} \cdot y^{-8}}{y^{-16}}$  в виде степени с основанием  $y$ .
4. Постройте график функции  $y = -x^2 + 1$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция принимает отрицательные значения.
5. Упростите выражение  $\frac{3b^2 - 3}{1 - b} \cdot \frac{b}{b + 1}$

### Критерии оценки выполнения работы.

Оценка	Число баллов, необходимых для получения оценки
«5» (удовлетворительно)	1-2 (правильно выполнены задания)
«4» (хорошо)	3-11 (не менее одного задания из дополнительной части)
«3» (удовлетворительно)	1-13 (все задания основной и дополнительной части)

## Инструкция по выполнению экзаменационной работы.

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 астрономических часа (240 минут).

Экзаменационная работа состоит из 2 частей: **обязательной и дополнительной.**

**Обязательная часть** содержит задания минимального обязательного уровня, а **дополнительная часть** - более сложные задания.

При выполнении большинства заданий обязательной части требуется представить ход решения и указать полученный ответ, и только в нескольких заданиях достаточно представить ответ.

Выполнение заданий оценивается баллами. Правильное выполнение заданий обязательной части оценивается - 1 баллом, а правильное выполнение каждого задания дополнительной части двумя баллами. Баллы указываются в скобках около номера задания.

Если приводится неверный ответ или ответ отсутствует, ставится 0 баллов. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Постарайтесь правильно выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов.

Перед началом работы внимательно изучите критерии оценивания и обратите внимание, что начинать работу следует с заданий обязательной части. И только после того, как Вы наберёте необходимое количество баллов для удовлетворительной оценки, можете переходить к заданиям дополнительной части, чтобы повысить оценку до четырёх или пяти.

*Желаем успеха!*

### *Критерии оценки выполнения работы.*

Оценка	Число баллов, необходимых для получения оценки
«3» (удовлетворительно)	1-8 (правильно выполненные задания)
«4» (хорошо)	9-11 (не менее одного задания из дополнительной части)
«5» (отлично)	1-13 (все задания обязательной и дополнительной части)

Экзаменационные материалы для проведения итоговой аттестации по учебной дисциплине «Математика: алгебра, начала математического анализа; геометрия» для обучающихся II курса по профессиям «Машинист локомотива», «Слесарь по ремонту и обслуживанию подвижного состава».

Вариант 1

1. Представьте в виде степени:  $a^{5,4} : \sqrt[5]{a^2}$

1) 0;          2)  $a^5$ ;          3) 4;          4)  $a^2$ .

2. Вычислите:  $25^{1,5} + 25^{\frac{1}{2}} + 0,625^0$

1) 12;          2) 131;          3) 125;          4) 0.

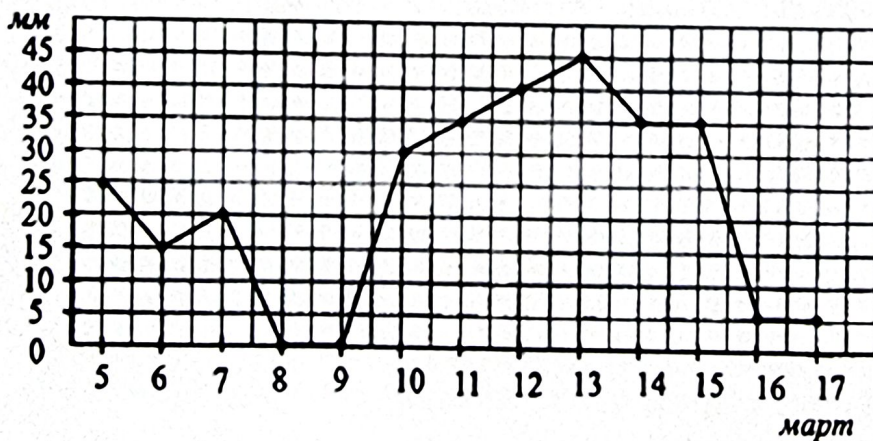
3. Упростите выражение:  $\sqrt[3]{256} - \frac{1}{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{27}{8}}$

1) 5,3;          2) 7;          3) 4,5;          4) 3,5.

4. Найдите значение выражения:  $\log_6 12 + \log_6 3$

1) 2;          2) -2;          3) 22;          4) 1

5. На рисунке точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Кирове с 5 марта по 17 марта 1975 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали - количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа из указанного периода впервые выпало 35 миллиметров осадков.



## Вариант 2

1. Представьте в виде степени:  $v^{3,6} : \sqrt[5]{v^3}$

1) 0;      2)  $v^3$ ;      3) 4;      4)  $v^2$ .

2. Вычислите:  $5 \cdot 32^{\frac{2}{5}} + (7,028)^0$

1) 1;      2) 41;      4) 14;      5) 40

3. Упростите выражение:  $\sqrt[3]{125} - 2 \cdot \sqrt{\frac{81}{16}}$

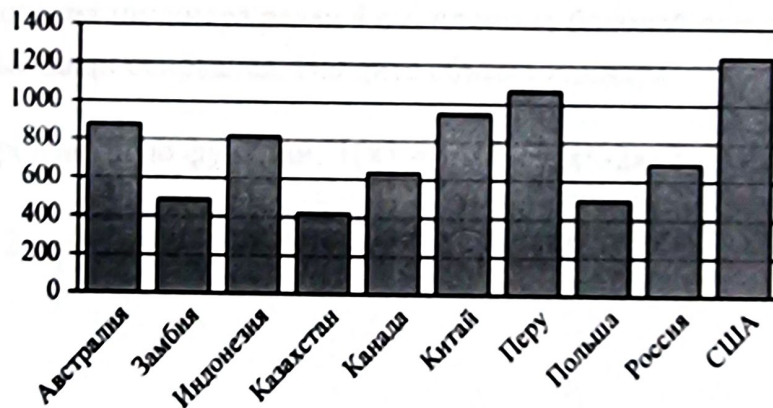
1) -2;      2) 3;      3) 2;      4) 5;

4. Найдите значение выражения:  $3 + \log_{30} 3 + \log_{30} 10$

1) 3;      2) 33;      3) 16;      4) 30

**В3**

На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимал Китай?



Ответ: \_\_\_\_\_

6. Найдите корень уравнения:  $\log_5 (x-5) = 2$ .

7. В доме, в котором живёт Игорь один подъезд. На каждом этаже по шесть квартир. Игорь живёт в квартире 69. На каком этаже живёт Игорь.

8. На книжной полке Максима 25 книг: 12 детективов, 4 учебника по математике и 9 книг в жанре «Фэнтези». Найдите вероятность того, наудачу взятая с этой полки книга окажется учебником по математике.

9. Решите неравенство:  $2^x \geq 16$

10. Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяжённостью 500 км. В таблице приведены характеристики трёх автомобилей и стоимость их аренды. Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Какую сумму в рублях заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешёвый вариант? Цена дизельного топлива 19 р. за литр, бензина 22р. за литр, газа 14 р. за литр.

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л. на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
1.	Дизельное	7	3700
2.	Бензин	10	3200
3.	Газ	14	3200

11. Найдите скорость точки, движущейся прямолинейно по закону

$S(t) = -t^2 + 9t + 8$  в момент времени  $t = 4$  с, если путь измеряется в метрах.

12. Радиус основания цилиндра равен 4 см, площадь боковой поверхности вдвое больше площади основания. Найдите объём цилиндра.

13. Найдите производную функции:  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$

1)  $-x^2 - 3x + 3$ ;    2)  $3x^2 + 3x + 3$ ;    3)  $x^2 - 3x + 3$ ;    4)  $x^2 + 3x + 3$

6. Найдите корень уравнения:  $\log_5 (x+6) = 2$ .

7. Летом килограмм клубники стоит 80 рублей. Маша купила 1 кг. 750 клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 200 рублей?

8. . На экзамен вынесено 60 вопросов. Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный вопрос.

9. Решите неравенство:  $3^x \geq 9$

10. Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяжённостью 500 км. В таблице приведены характеристики трёх автомобилей и стоимость их аренды. Помимо аренды клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Какую сумму в рублях заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешёвый вариант? Цена дизельного топлива 19 р. за литр, бензина 22р. за литр, газа 14 р. за литр.

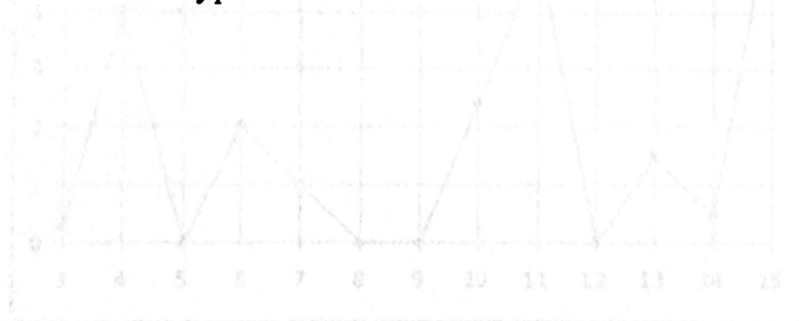
Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л. на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
1.	Дизельное	7	3700
2.	Бензин	10	3200
3.	Газ	14	3200

**Дополнительная часть:**

11. Найдите скорость точки, движущейся прямолинейно по закону  $S(t) = -t^2 + 9t + 8$  в момент времени  $t = 5$  с, если путь измеряется в метрах.

12. Радиус основания цилиндра равен 4 см, площадь боковой поверхности вдвое больше площади основания. Найдите объём цилиндра.

13. Решите уравнение  $\sin^2 x - \sin x - 2 = 0$ .



## Вариант 4

### Обязательная часть:

1. Представьте в виде степени:  $a^{5,4} : \sqrt[3]{a^2}$

1) 0;      2)  $a^5$ ;      3) 4;      4)  $a^2$ .

2. Вычислите:  $5 \cdot 27^{\frac{2}{3}} + (7,015)^0$

1) 12;      2) 46;      3) 125;      4) 0.

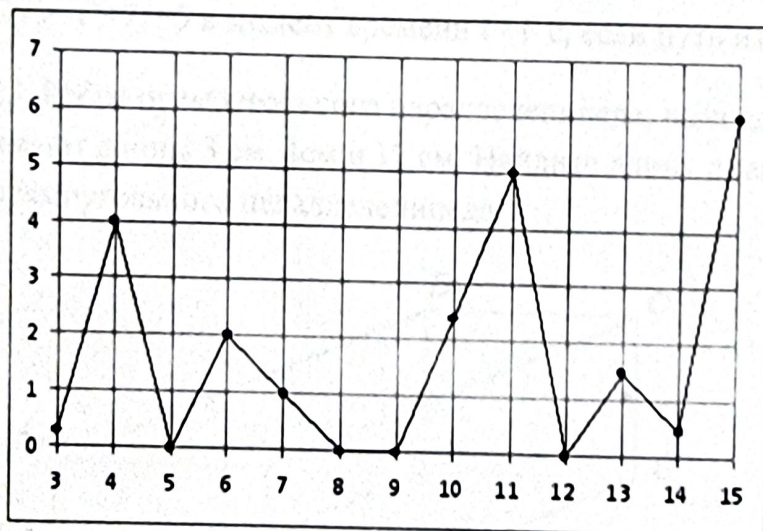
3. Упростите выражение:  $\sqrt[3]{243 \cdot 32}$

1) 5,3;      2) 7;      3) 6;      4) 3,5.

4. Найдите значение выражения:  $\log_3 15 - \log_3 5$ ;

1) 2;      2) -2;      3) 22;      4) 1

5. На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа выпало наибольшее количество осадков.



6. Найдите корень уравнения:  $\log_3(2x+2) = 2$

7. Летом килограмм клубники стоит 50 рублей. Маша купила 1 кг. 750 клубники. Сколько рублей сдачи она должна получить с 200 рублей?

8. На столе лежат цветные ручки: синяя, красная, чёрная и зелёная. Петя случайно берёт со стола ручку. С какой вероятностью эта ручка окажется чёрной?

9. Решите неравенство:  $6^x \geq 36$

10. Для изготовления книжных полок требуется заказать 36 одинаковых стёкл в одной из трёх фирм. Площадь каждого стекла  $0,25\text{ м}^2$ . В таблице приведены цены на стекло, а также на резку стёкл и шлифовку края. Сколько рублей стоит самый дешёвый заказ?

Фирма	Цена стекла (руб. за $1\text{ м}^2$ )	Резка и шлифовка (руб. за одно стекло)
А	415	75
Б	430	65
В	465	60

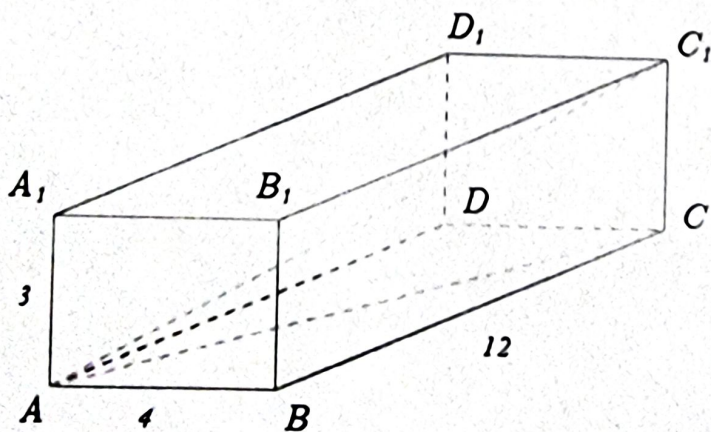
**Дополнительная часть:**

11. Найдите производную функции:  $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ .

12. Найдите скорость точки, движущейся прямолинейно по закону

$S(t) = -t^2 + 7t + 5$  в момент времени  $t = 6$  с, если путь измеряется в метрах.

13. Рёбра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, имеют длины 3 см, 4 см и 12 см. Найдите длину диагонали этого прямоугольного параллелепипеда.



**Министерство образования и науки Забайкальского края  
Чернышевский филиал Государственного профессионального  
образовательного учреждения  
«Шилкинский многопрофильный лицей»**

Утверждаю:  
Заместитель директора –  
руководитель филиала  
О.Ю. Емельянова  
«02» Сентября 2025 г.



**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ  
по выполнению самостоятельных работ**

по общеобразовательному предмету: **ООП. 07 Математика**

по профессии: **23.01.10 Слесарь по обслуживанию и ремонту  
подвижного состава**

**2025 г.**

Методические рекомендации по выполнению самостоятельных обучающимися разработаны на основе программы общеобразовательного предмета ООП.07 Математика

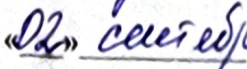
Организация-разработчик: Чернышевский филиал ГПОУ «Шилкинский многопрофильный лицей»

Разработчик:  
Гаученова В.П., преподаватель Чернышевский филиал ГПОУ «Шилкинский многопрофильный лицей»

Рассмотрено  
на заседании методической  
цикловой комиссии

Председатель МЦК

 В.П. Гаученова

 02.08.2025 год

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Пояснительная записка	4
2. Тематический план	6
3. Методические рекомендации по выполнению внеаудиторных самостоятельных работ	7
4. Критерии оценки выполнения внеаудиторных самостоятельных работ	12
5. Инструкции по выполнению заданий	15

## Пояснительная записка

Настоящий сборник учебно-методических рекомендаций предназначен в качестве методического пособия при выполнении внеаудиторных самостоятельных работ по программе дисциплины «Математика: алгебра и начала анализа; геометрия». Выполнение обучающимися внеаудиторных самостоятельных работ в процессе изучения дисциплины является важнейшим этапом обучения, который способствует формированию предметных компетенций, а именно:

- сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира;
- сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий;
- владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;
- владение стандартными приёмами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием;
- сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин;

- владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач

В результате выполнения самостоятельных работ обучающийся должен знать:

- как написать эссе
- как решать задачи
- как составить кроссворд

Обучающийся должен выполнить работу за определенное время, после выполнения работы должен представить отчет о проделанной работе в виде эссе, в виде решенных задач. Отчет о проделанной работе следует оформлять в соответствии с требованиями указанными преподавателем. Результаты внеаудиторной самостоятельной работы оформляются в виде отчетов по прилагаемым формам.

Оценку за выполненное задание по внеаудиторной самостоятельной работе обучающийся получает с учетом срока выполнения работы, согласно разработанным критериям.

## Тематический план

Наименование темы	Вид внеаудиторной самостоятельной работы	Количество часов	Форма контроля
Введение	Самостоятельная работа №1 Написать эссе на тему «Значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике»	4	Проверка работы преподавателем
Тема 2 Корни. Степени. Логарифмы	Самостоятельная работа №2. Решение задач по теме: «Корни Решение иррациональных уравнений»	6	Проверка работы преподавателем
	Самостоятельная работа №3 Решение задач по теме: «Степени. Преобразование выражений, содержащих показательные и логарифмические функции»	6	Проверка работы преподавателем
	Самостоятельная работа №4 Решение задач по теме: «Показательные и логарифмические уравнения»	6	Проверка работы преподавателем
Тема 3 Прямые и плоскости в пространстве	Самостоятельная работа №5. Решение задач по теме: «Теорема о трех перпендикулярах»	9	Проверка работы преподавателем
	Самостоятельная работа №6 Решение задач по теме: «Угол между прямой и плоскостью»	9	Проверка работы преподавателем
	Самостоятельная работа №7 Составьте кроссворд по теме «Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве»	8	Проверка работы преподавателем
Тема 4 Комбинаторика	Самостоятельная работа №8 Решение задач по теме: «Задачи комбинаторики»	10	Проверка работы преподавателем
Тема 6 Основы тригонометрии	Самостоятельная работа №9 Решение задач по теме: «Использование тригонометрических формул для преобразования тригонометрических выражений»	10	Проверка работы преподавателем
	Самостоятельная работа №10 Решение задач по теме: «Решение тригонометрических уравнений»	26	Проверка работы преподавателем
Тема 7 Функции и графики	Самостоятельная работа №11 Решение задач по теме: «Построение и чтение графиков функции»	16	Проверка работы преподавателем
Тема 8 Многогранники и круглые тела	Самостоятельная работа №12 «Решение задач по теме Многогранники и круглые тела»	12	Проверка работы преподавателем
Тема 9 Начала математического анализа	Самостоятельная работа №13 «Решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения»	10	Проверка работы преподавателем
Тема 10 Интеграл и его применение	Самостоятельная работа №14 «Вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла»	8	Проверка работы преподавателем
Тема 11 Элементы теории вероятностей статистики	Самостоятельная работа №15 Решение задач по теме: «Элементы теории вероятностей»	6	Проверка работы преподавателем
Повторение	Самостоятельная работа №16 Решение задач пробных вариантов контрольных работ	14 (15)	Проверка работы преподавателем
	<b>Итого</b>	<b>160 (161)</b>	

**Общие рекомендации обучающемуся  
по выполнению внеаудиторных самостоятельных работ**

1. Внимательно выслушайте или прочитайте тему, цели и задачи самостоятельной работы.
2. Обсудите текст задания с преподавателем и группой, задавайте вопросы – нельзя оставлять невыясненными или непонятыми ни одного слова или вопроса.
3. Внимательно прослушайте рекомендации преподавателя по выполнению самостоятельной работы.
4. Ознакомьтесь с графиком самостоятельных работ обучающихся по дисциплине, если требуется, уточните время, отводимое на выполнение задания, сроки сдачи и форму отчета у преподавателя.
5. Внимательно изучите письменные методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы.
6. Ознакомьтесь со списком литературы и источников по заданной теме самостоятельной работы.
7. Повторите весь теоретический материал по конспектам и другим источникам, предшествовавший самостоятельной работе, ответьте на вопросы самоконтроля по изученному материалу.
8. Подготовьте все необходимое для выполнения задания, рационально (удобно и правильно) расположите на рабочем месте. Не следует браться за работу, пока не подготовлено рабочее место.
9. Продумайте ход выполнения работы, составьте план, если это необходимо.
10. Если вы делаете сообщение или доклад, то обязательно прочтите текст медленно вслух, обращая особое внимание на произношение новых терминов и стараясь запомнить информацию.
11. Если ваша работа связана с использованием ИКТ, проверьте наличие и работоспособность программного обеспечения, необходимого для выполнения задания.
12. Если при выполнении самостоятельной работы применяется групповое или коллективное выполнение задания, старайтесь поддерживать в коллективе нормальный психологический климат, грамотно распределить роли и обязанности. Вместе проводите анализ и самоконтроль организации самостоятельной работы микрогруппы.
13. Не отвлекайтесь во время выполнения задания на посторонние, не относящиеся к работе, дела.
14. При выполнении самостоятельного практического задания соблюдайте правила техники безопасности и охраны труда.
15. В процессе выполнения самостоятельной работы обращайтесь за консультациями к преподавателю, чтобы вовремя скорректировать свою деятельность, проверить правильность выполнения задания.
16. По окончании выполнения самостоятельной работы составьте письменный или устный отчет в соответствии с теми методическими указаниями по оформлению отчета, которые вы получили от преподавателя или в методических указаниях.
17. Сдайте готовую работу преподавателю для проверки точно в указанный преподавателем срок.
18. Участвуйте в обсуждении и оценке полученных результатов самостоятельной работы (общегрупповом или в микрогруппах).
19. Участвуйте в обсуждении полученных результатов работы.

## Методические рекомендации по написанию эссе

### Введение.

Эссе - прозаическое сочинение небольшого объема и свободной композиции на частную тему, трактуемую субъективно и обычно неполно. (Словарь Ожегова)

Создание эссе – чрезвычайно интересное и полезное занятие. Жанр эссе предполагает свободу творчества: позволяет автору в свободной форме излагать мысли, выражать свою точку зрения, субъективно оценивать, оригинально освещать материал; это размышление по поводу когда-то нами услышанного, прочитанного или пережитого, часто это разговор вслух, выражение эмоций и образность.

### Особенности эссе:

- наличие конкретной темы или вопроса;
- личностный характер восприятия проблемы и её осмысления;
- небольшой объём;
- свободная композиция;
- непринуждённость повествования;
- внутреннее смысловое единство;
- афористичность, эмоциональность речи.

### Требования, предъявляемые к эссе:

1. Объем эссе не должен превышать 1–2 страниц.
2. Эссе должно восприниматься как единое целое, идея должна быть ясной и понятной.
3. Необходимо писать коротко и ясно. Эссе не должно содержать ничего лишнего, должно включать только ту информацию, которая необходима для раскрытия вашей позиции, идеи.
4. Эссе должно иметь грамотное композиционное построение, быть логичным, четким по структуре.
5. Каждый абзац эссе должен содержать только одну основную мысль.
6. Эссе должно показывать, что его автор знает и осмысленно использует теоретические понятия, термины, обобщения, мировоззренческие идеи.
7. Эссе должно содержать убедительную аргументацию заявленной по проблеме позиции.

### Структура эссе:

1. Введение — определение основного вопроса эссе, актуальность. На этом этапе очень важно правильно сформулировать вопрос, на который вы собираетесь найти ответ в ходе своей творческой работы. При написании актуальности могут помочь ответы на следующие вопросы:

*«Почему тема, которую я раскрываю, является важной в настоящий момент?»*,

*«Какие понятия будут вовлечены в мои рассуждения по теме?»*,

*«Могу ли я разделить тему на несколько более мелких подтем?»*.

2. Основная часть — ответ на поставленный вопрос. Один параграф содержит: тезис, доказательство, иллюстрации, подвывод, являющийся частично ответом на поставленный вопрос.

3. Заключение - суммирование уже сделанных под выводов и окончательный ответ на вопрос эссе.

Приветствуется использование:

зрения, мнение, логику рассуждения. — Эпиграфа, который должен согласовываться с темой эссе (проблемой, заключенной в афоризме); дополнять, углублять лейтмотив (основную мысль), логику рассуждения вашего эссе. Пословиц, поговорок, афоризмов других авторов, также подкрепляющих вашу точку Мнений других мыслителей, ученых, общественных и политических деятелей. Риторические вопросы. Непринужденность изложения.

**Памятка при написании эссе:**

Прежде чем приступить к написанию эссе:

изучите теоретический материал;  
уясните особенности заявленной темы эссе;  
продумайте, в чем может заключаться актуальность заявленной темы;  
выделите ключевой тезис и определите свою позицию по отношению к нему;  
определите, какие теоретические понятия, научные теории, термины помогут вам раскрыть суть тезиса и собственной позиции;  
составьте тезисный план, сформулируйте возникшие у вас мысли и идеи.

При написании эссе:

напишите эссе в черновом варианте, придерживаясь оптимальной структуры;  
проанализируйте содержание написанного;  
проверьте стиль и грамотность, композиционное построение эссе, логичность и последовательность изложенного;  
внесите необходимые изменения и напишите окончательный вариант.

**Алгоритм написания эссе:**

1. Внимательно прочтите все темы (высказывания), предлагаемые для написания эссе.

2. Выберите ту, которая будет отвечать нескольким требованиям:

она интересна вам;  
вы понимаете смысл этого высказывания;  
по данной теме вам есть что сказать (вы знаете термины, можете привести примеры, имеете личный опыт и т.д.).

3. Определите смысл высказывания (проблему).
4. Набросайте аргументы «за» и/или «против» данного высказывания:

для каждого аргумента подберите примеры, факты, ситуации из жизни, личного опыта, литературных произведений;  
распределите подобранные аргументы в последовательности;  
придумайте вступление к рассуждению;  
изложите свою точку зрения в той последовательности, которую вы наметили.

5. Сформулируйте общий вывод работы.

Оформление эссе допускается на тетрадном листе или в рабочей тетради

### **Методические рекомендации по решению задач**

1. для начала внимательно ознакомьтесь с условием задачи, проведите тщательный анализ условия;
2. запишите краткую запись задачи, составьте, если возможно чертеж к ней, таблицу, запишите формулы или иллюстрированную схему;
3. если из чертежа сразу видно графическое решение, то задачу проще решить графическим методом;
4. если из рисунка решение сразу не видно, то составьте математическую модель задачи;
5. если в результате анализа математическая модель сводится к линейной зависимости, то задачу можно решить арифметическим или алгебраическим методом;
6. если в результате анализа математическая модель сводится к квадратному или степенному уравнению более высоких порядков, то такую задачу решить арифметическим методом нельзя. В этом случае применяется алгебраический метод.

Задачи, которые не получается решить с помощью чертежа (графика) или уравнения попробуйте решить логическим методом.

## Рекомендации к составлению кроссвордов

Кроссворд (англ. «cross» — «крестословица»). Составление кроссворда требует хорошего знания выбранной темы, умения четко формулировать определения понятий. При составлении кроссвордов придерживайтесь следующих советов:

1. Выучите все термины и определения данной темы
2. Составьте список слов, которые будете использовать для заполнения сеток
3. Выберите сетку и начинайте ее заполнять
4. Обратите внимание на количество пересечений. Самое простое – это когда слова пересекаются в двух, максимум – в трех местах.
5. Старайтесь, чтобы в местах пересечений оказались гласные
6. Состыкуйте друг с другом сначала длинные слова, а уж затем подгоняйте под них короткие.

## Критерии оценки решения задач

№ п/п	Критерии оценки	Метод оценки	Работа выполнена	Работа выполнена не полностью	Работа не выполнена
			Высокий уровень 5 б.	Средний уровень 4-3 б.	Низкий уровень 2-1 б.
1	Ознакомление с условием задачи. В том числе: - краткая запись условия - запись единиц измерения - хорошее оформление работы, чёткие схемы и чертежи	Наблюдение преподавателя	Задачи решены самостоятельно и правильно	При решении задач обучающийся допустил незначительные ошибки	1. Задачи не решены 2. Обучающийся выполнял работу только с помощью преподавателя и других учащихся 3. Решение задач выполнены и оформлены небрежно, без соблюдения установленных требований.
2	Составление плана решения. В том числе - обоснования выбора формул для решения - рациональный способ решения - запись формул	Наблюдение преподавателя	Формулы написаны грамотно, в решении допускается 1 ошибка	Формулы для решения задач выбраны не совсем удачно, чтобы их применить для решения задач рациональным способом	
3	Осуществление решения. В том числе: - выбор расчётных формул - умение решать задачу в общем виде	Наблюдение преподавателя	Расчётные формулы написаны грамотно, в решении допускается 1 ошибка	В оформлении задач имеются незначительные недочеты и небольшая небрежность.	
4	Проверка правильности решения задачи. В том числе: - вычисления - математические операции с единицами измерения величин - оригинальный способ решения - анализ полученных данных	Проверка работы	Оформление задач полностью соответствует требованиям	В оформлении задач имеются незначительные недочеты, допущены незначительные математические ошибки в вычислениях	

### Критерии оценки эссе

№ п/п	Критерии оценки	Метод оценки	Работа выполнена	Работа выполнена не полностью	Работа не выполнена
			Высокий уровень 5 б.	Средний уровень 4-3 б.	Низкий уровень 2-1 б.
1	Соответствие представленной информации заданной теме	Наблюдение преподавателя	Содержание эссе полностью соответствует заданной теме, тема раскрыта полностью	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Содержание эссе соответствует заданной теме, но в тексте есть отклонения от темы или тема раскрыта не полностью.</li> <li>- Слишком краткий либо слишком пространственный текст сообщения.</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Обучающийся работу не выполнил.</li> <li>2. Содержание сообщения не соответствует заданной теме, тема не раскрыта.</li> <li>3. Отчет выполнен и оформлен небрежно, без соблюдения установленных требований.</li> </ol>
2	Характер и стиль изложения материала эссе	Наблюдение преподавателя	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Материал в эссе излагается логично, по плану;</li> <li>- В содержании используются термины по изучаемой теме;</li> <li>- Произношение и объяснение терминов сообщения не вызывает у обучающегося затруднений</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Материал в эссе не имеет четкой логики изложения (не по плану).</li> <li>- В содержании не используются термины по изучаемой теме, либо их недостаточно для раскрытия темы.</li> <li>- Произношение и объяснение терминов вызывает у обучающегося затруднения.</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>4. Объем текста сообщения значительно превышает регламент.</li> </ol>
3	Правильность оформления	Проверка работы	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Текст эссе оформлен аккуратно и точно в соответствии с правилами оформления.</li> <li>- Объем текста сообщения соответствует регламенту.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Текст эссе оформлен недостаточно аккуратно.</li> <li>- Присутствуют неточности в оформлении.</li> <li>- Объем текста сообщения не соответствует регламенту.</li> </ul>	

## Критерии оценки кроссворда

№ п/п	Критерии оценки	Метод оценки	Работа выполнена	Работа выполнена не полностью	Работа не выполнена
			Высокий уровень 5 б.	Средний уровень 4-3 б.	Низкий уровень 2-1 б.
1	Грамотность в определениях терминов	Наблюдение преподавателя	Термины и определения написаны грамотно, допускается 1 ошибка	Есть незначительное количество грамматических ошибок (2-3)	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Обучающийся работу не выполнил.</li> <li>2. Значительное количество грамматических ошибок (4-5)</li> <li>3. Содержание терминов в кроссворде не соответствует заданной теме.</li> <li>4. В содержании кроссворда используется много (более 2/3) терминов не по изучаемой теме;</li> <li>5. Определение терминов не точны либо пространны, либо слишком кратки</li> <li>6. Определения содержат явную подсказку термина.</li> <li>7. Определения терминов повторяют дословно текст учебника или конспекта</li> <li>8. Отчет выполнен и оформлен небрежно, без соблюдения установленных требований.</li> <li>9. Отсутствует творческий подход к оформлению кроссворда</li> </ol>
2	Уровень сложности составленных вопросов	Наблюдение преподавателя	<ul style="list-style-type: none"> <li>- В содержании кроссворда используются термины по изучаемой теме;</li> <li>- Определение терминов не вызывает у обучающегося затруднений</li> <li>- Определения терминов не повторяют дословно текст учебника или конспекта</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- В содержании кроссворда используется несколько терминов не по изучаемой теме;</li> <li>- Определение терминов вызывает у обучающегося некоторые затруднения</li> <li>- Некоторые определения терминов повторяют дословно текст учебника или конспекта</li> </ul>	
3	Правильность оформления отчета	Проверка работы	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Кроссворд оформлен аккуратно и точно в соответствии с правилами оформления.</li> <li>- Объем отчета соответствует регламенту.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Кроссворд оформлен недостаточно аккуратно.</li> <li>- Объем отчета превышает регламент.</li> </ul>	
4	Творческий подход к оформлению	Наблюдение преподавателя	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Кроссворд оформлен иллюстрациями и</li> <li>- Сетка кроссворда имеет заливку, красочно оформлена</li> <li>- При оформлении кроссворда использовано специальное программное обеспечение</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Кроссворд оформлен иллюстрациями, но некоторые из них не соответствуют теме кроссворда</li> <li>- При оформлении кроссворда не использовалось специальное программное обеспечение</li> </ul>	

## ИНСТРУКЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЗАДАНИЙ

### Самостоятельная работа № 1

**Введение:** Значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике

**Задание:** Напишите эссе на тему «Значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике». Значение математики в моей будущей профессии

**Цель работы:** познакомьтесь с широтой и в то же время ограниченностью применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе; расширьте свой кругозор

**Алгоритм выполнения работы:**

1. Подобрать и изучить источники по теме, содержащуюся в них информацию.
2. Выбрать главное и второстепенное.
3. Составить план эссе.
4. Лаконично, но ёмко раскрыть содержание проблемы и свои подходы к её решению.
5. Оформить эссе и сдать в установленный срок.

Написание эссе- это вид внеаудиторной самостоятельной работы по написанию сочинения небольшого объёма и свободной композиции на частную тему, трактуемую субъективно и обычно не полно. Обучающийся должен раскрыть не только суть проблемы, привести различные точки зрения, но и выразить собственные взгляды на неё. При раскрытии темы, необходимо проявить оригинальность подхода к решению проблемы, реалистичность и значимость предложенных идей, яркость, образность, художественную оригинальность изложения.

**Интернет - ресурсы**

1. Научно-популярный физико-математический журнал "Квант" (статьи по математике): <http://kvant.mirror1.mccme.ru/rub/1.htm>
2. Открытая математика. <http://www.mathematics.ru/courses/index.htm>

### Самостоятельная работа № 2

**Тема № 2** Корни. Степени. Логарифмы

**Задание:** Решите задачи по теме: «Корни. Решение иррациональных уравнений»

**Цель работы:** закрепите навыки решения иррациональных уравнений

**Алгоритм выполнения работы:**

1. Повторите теоретический материал
2. Решите один из вариантов

**Теоретический материал**

**Формулы для повторения:**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2;$$

Решение квадратных уравнений:

$$a \cdot x^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac,$$

$$\text{Если } D > 0, \text{ то } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$\text{Если } D = 0, \text{ то } x = \frac{-b}{2a}$$

Если  $D < 0$ , то корней нет

### Вариант 1

Решить уравнения

1.  $\sqrt{x^2 - 4x} = \sqrt{6 - 3x}$

2.  $\sqrt{x^2 + x - 3} = \sqrt{1 - 2x}$ ;

3.  $\sqrt{3x + 1} = x - 1$ ;

4.  $\sqrt{x - 2} + 2\sqrt{x + 6} = 4$ ;

5.  $2\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} = 1$ ;

6.  $x^2 + 3x - \sqrt{x^2 + 3x} - 2 = 0$ ;

7. При каких значениях  $x$  функция  $y = \sqrt[3]{x^2 - 1}$  принимает значение равное 2?

### Вариант 2

Решить уравнения

1.  $\sqrt{x^2 - 10} = \sqrt{-3x}$ ;  $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1 - x}$ ;  $\sqrt{2x + 4} = x - 2$ ;

2.  $\sqrt{x - 1} + \sqrt{x + 2} = 3$ ;

3.  $3\sqrt{x} + 2\sqrt[4]{x} = 5$ ;

4.  $x^2 - 8x - 2\sqrt{x^2 - 8x} - 3 = 0$ ;

5. При каких значениях  $x$  функция  $y = \sqrt{x^2 + 2}$  принимает значение равное 3?

### Список основной и дополнительной литературы

Башмаков М.И Математика( базовый уровень) 10 - 11 кл. – М., 2012

Башмаков М.И Математика (электронный учебник). Для общеобразовательных дисциплин. – М., 2014

Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 -11 кл. – М., 2012.

### Самостоятельная работа № 3

#### Тема № 2 Корни. Степени. Логарифмы

**Задание:** Решите задачи по теме: «Степени. Преобразование выражений, содержащих показательные и логарифмические функции»

**Цель работы:**

знать свойства степеней, основное логарифмическое тождество, свойства логарифмов  
уметь:

- находить значение степени, корня, логарифма,

- выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней, логарифмов

## Алгоритм выполнения работы:

1. Повторите теоретический материал

2. Решите один из вариантов

**Теоретический материал:**

Основное логарифмическое тождество:  $a^{\log_a b} = b$ .

Свойство логарифмов:

1.  $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$ ;

2.  $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$ ;

3.  $\log_a b^r = r \cdot \log_a b$ .

Решить самостоятельно:

### Вариант 1

1. Вычислить:

1.1.  $5,1^{\log_{5,1} 9}$ ;    1.2.  $7^{\log_7 16}$ ;    1.3.  $12^{1+\log_{12} 4}$ ;    1.4.  $\log_2 \frac{1}{32}$ ;

1.5.  $\log_{27} 9$ ;    1.6.  $3^{1+\log_3 5}$ ;

2. Выяснить при каких значениях  $X$  имеет смысл выражение:

2.1.  $\log_{\frac{1}{2}}(4-x)$ ;    2.2.  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-16)$ ;    2.3.  $\log_3 \frac{7-3x}{x-4}$ ;

3. Вычислить:

3.1.  $2^{2+\log_2 5}$ ;    3.2.  $2^{3\log_2 4}$ ;    3.3.  $\frac{\log_7 25}{\log_7 5}$ .

4. Вычислить:

4.1.  $\log_{15} 5 + \log_{15} 3$ ;

4.2.  $\log_{0,1} 5 + \log_{0,1} 2$ ;

4.3.  $\log_5 50 - \log_5 2$ ;

4.4.  $\log_2 8^7$ ;

4.5.  $\log_{13} \sqrt[6]{169}$ ;

4.6.  $\frac{1}{2} \log_{10} 0,81 - 2 \log_{10} 3$ ;

### Вариант 2

1. Вычислить:

1.1.  $6,3^{\log_{6,3} 7}$ ;    1.2.  $5^{\log_5 13}$ ;    1.3.  $7^{2+\log_7 4}$ ;    1.4.  $\log_3 \frac{1}{27}$ ;

1.5.  $\log_{16} 8$ ;    1.6.  $5^{\log_5 0,2}$ .

2. Выяснить при каких значениях  $X$  имеет смысл выражение:

2.1.  $\log_{0,2}(7-x)$ ;    2.2.  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-16)$ ;    2.3.  $\log_5 \frac{7+2x}{x-3}$ ;

3. Вычислить:

3.1.  $3^{1+\log_3 8}$ ;    3.2.  $5^{2\log_5 3}$ ;    3.3.  $\frac{\log_4 36}{\log_4 6}$ ;

4. Вычислить:

4.1.  $\log_{12} 3 + \log_{12} 4$ ;

4.2.  $\log_{\frac{1}{2}} 4 + \log_{\frac{1}{2}} 9$ ;

4.3.  $\log_4 192 - \log_4 3$ ;

4.4.  $\log_3 9^{10}$ ;

## Алгоритм выполнения работы:

1. Повторите теоретический материал

2. Решите один из вариантов

Теоретический материал:

Основное логарифмическое тождество:  $a^{\log_a b} = b$ .

Свойство логарифмов:

1.  $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$ ;

2.  $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$ ;

3.  $\log_a b^r = r \cdot \log_a b$ .

Решить самостоятельно:

### Вариант 1

1. Вычислить:

1.1.  $5, 1^{\log_5 9}$ ;    1.2.  $7^{\log_7 16}$ ;    1.3.  $12^{1+\log_{12} 4}$ ;    1.4.  $\log_2 \frac{1}{32}$ ;

1.5.  $\log_{27} 9$ ;    1.6.  $3^{1+\log_3 5}$ ;

2. Выяснить при каких значениях  $X$  имеет смысл выражение:

2.1.  $\log_{\frac{1}{2}}(4-x)$ ;    2.2.  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-16)$ ;    2.3.  $\log_3 \frac{7-3x}{x-4}$ ;

3. Вычислить:

3.1.  $2^{2+\log_2 5}$ ;    3.2.  $2^{3\log_2 4}$ ;    3.3.  $\frac{\log_7 25}{\log_7 5}$ .

4. Вычислить:

4.1.  $\log_{15} 5 + \log_{15} 3$ ;

4.2.  $\log_{0,1} 5 + \log_{0,1} 2$ ;

4.3.  $\log_5 50 - \log_5 2$ ;

4.4.  $\log_2 8^7$ ;

4.5.  $\log_{13} \sqrt[5]{169}$ ;

4.6.  $\frac{1}{2} \log_{10} 0,81 - 2 \log_{10} 3$ ;

### Вариант 2

1. Вычислить:

1.1.  $6, 3^{\log_6 7}$ ;    1.2.  $5^{\log_5 13}$ ;    1.3.  $7^{2+\log_7 4}$ ;    1.4.  $\log_3 \frac{1}{27}$ ;

1.5.  $\log_{16} 8$ ;    1.6.  $5^{\log_5 0,2}$ .

2. Выяснить при каких значениях  $X$  имеет смысл выражение:

2.1.  $\log_{0,2}(7-x)$ ;    2.2.  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-16)$ ;    2.3.  $\log_5 \frac{7+2x}{x-3}$ ;

3. Вычислить:

3.1.  $3^{1+\log_3 8}$ ;    3.2.  $5^{2\log_5 3}$ ;    3.3.  $\frac{\log_4 36}{\log_4 6}$ ;

4. Вычислить:

4.1.  $\log_{12} 3 + \log_{12} 4$ ;

4.2.  $\log_{\frac{1}{2}} 4 + \log_{\frac{1}{2}} 9$ ;

4.3.  $\log_4 192 - \log_4 3$ ;

4.4.  $\log_3 9^{10}$ ;

4.5.  $\log_{15} \sqrt[3]{225}$ ;

4.6.  $\frac{1}{2} \log_3 \frac{1}{81} - \frac{1}{3} \log_3 \frac{8}{27}$ ;

### Список основной и дополнительной литературы

- Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10 - 11 кл. – М., 2012  
 Башмаков М.И. Математика (электронный учебник). Для общеобразовательных дисциплин. – М., 2014  
 Башмаков М.И. Математика: учебник для 10 кл. – М., 1992.  
 Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 -11 кл. – М., 2012.

### Самостоятельная работа № 4

#### Тема № 2 Корни. Степени. Логарифмы

**Задание:** Решите задачи по теме : «Показательные и логарифмические уравнения»

**Цель работы:** Знать методы решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, применять их при решении упражнений

**Алгоритм выполнения работы:**

- 1.Повторите теоретический материал
- 2.Разберите образцы решения уравнений и неравенств
3. Решите один из вариантов

**Теоретический материал**

**Степени чисел от 0 до 10**

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$2^n$	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
$3^n$	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
$4^n$	1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
$5^n$	1	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625		
$6^n$	1	6	36	216	1296	7776	46656	279936			
$7^n$	1	7	49	343	2401	16807	117649				
$8^n$	1	8	64	512	4096	32768					
$9^n$	1	9	81	729	6561	59049					
$10^n$	1	10	100	1000	10000						

**Решение квадратных уравнений:**

$$a \cdot x^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac,$$

$$\text{Если } D > 0, \text{ то } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$\text{Если } D = 0, \text{ то } x = \frac{-b}{2a}$$

Если  $D < 0$ , то корней нет

**Формулы сокращенного умножения:**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Свойства степеней	Свойства корней n-ой степени
1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$
4. $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$	4. $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$
5. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	5. $\sqrt[k]{\sqrt[n]{a^m}} = \sqrt[n \cdot k]{a^m}$
6. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	6. $\sqrt[n]{a^n} = a$
7. $a^0 = 1$	7. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
8. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$	
9. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	

**Показательное уравнение** – это уравнение, в котором неизвестное содержится в показателе степени

**Решение показательных уравнений. Метод выноса за скобки**

**Образцы решения**

1. Решить уравнение:  $3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 25$

В левой части выносим за скобки степень с наименьшим показателем, то есть  $3^{x-2}$ . В результате получим:

$$3^{x-2} \left( \frac{3^{x+1}}{3^{x-2}} - \frac{2 \cdot 3^{x-2}}{3^{x-2}} \right) = 25$$

$$3^{x-2} (3^{x+1-(x-2)} - 2) = 25$$

$$3^{x-2} (3^{x+1-x+2} - 2) = 25$$

$$3^{x-2} (3^3 - 2) = 25$$

$$3^{x-2} \cdot 25 = 25$$

$$3^{x-2} = 1, \quad 3^{x-2} = 3^0, \quad \text{отсюда следует, что } x = 2.$$

Ответ:  $x = 2$ .

**Уравнения, сводящиеся к квадратным (метод замены)**

**Образцы решения**

2. Решить уравнение:  $4^x + 2^{x+1} - 24 = 0$ .

Решение: Заметив, что  $4^x = (2^2)^x = 2^{2x} = (2^x)^2$ , а  $2^{x+1} = 2 \cdot 2^x$

Перепишем заданное уравнение в виде:

$$(2^x)^2 + 2 \cdot 2^x - 24 = 0$$

Вводим новую переменную:  $t = 2^x$ , тогда уравнение примет вид:

$$t^2 + 2t - 24 = 0$$

Решив квадратное уравнение, получим:  $t_1 = 4$ ,  $t_2 = -6$ . Но так как  $t = 2^x$ , то надо решить два уравнения:

$$2^x = 4 \quad \text{и} \quad 2^x = -6$$

Решим первое уравнение:

$$2^x = 2^2 \quad \text{отсюда следует, что } x = 2.$$

Рассмотрим второе уравнение.

Второе уравнение не имеет решения, так как  $2^x > 0$  для любых значений  $x$ .

Ответ: 2.

**Образцы решения логарифмических уравнений**

1. Решить уравнение:

$$\log_3(x-2) + \log_3(x+2) = \log_3(2x-1)$$

Решение: Используя формулу:  $\log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$ , заменим сумму логарифмов произведением:

$$\log_3((x-2) \cdot (x+2)) = \log_3(2x-1)$$

$$x^2 - 4 = 2x - 1$$

$$x^2 - 4 - 2x + 1 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_1 = 3; \quad x_2 = -1.$$

Проверка:

$$x_1 = 3$$

$$\log_3(3-2) + \log_3(3+2) = \log_3(2 \cdot 3 - 1)$$

$$\log_3 5 = \log_3 5$$

$$x_2 = -1$$

$$\log_3(-1-2) + \log_3(-1+2) = \log_3(2 \cdot (-1) - 1) - \text{не существует.}$$

Ответ:  $x = 3$

2. Решить уравнение:

$\log_4^2 x + \log_4 x - 2 = 0$ . Используем метод замены.

$$\log_4 x = t \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0$$

$$t_1 = 1, \quad t_2 = -2. \quad \text{Подставим в замену.}$$

$$\log_4 x = 1 \Rightarrow x = 4^1 = 4, \quad \log_4 x = -2 \Rightarrow x = 4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}.$$

Ответ:  $x = 4$ ;  $x = \frac{1}{16}$ .

**Образцы решения показательных неравенств**

1. Решить неравенство  $2^x - 2^{x-2} \leq 3$ .

Решение:

Выносим за скобки степень с наименьшим показателем, т.е.  $2^{x-2}$ .

$$\text{Получим: } 2^{x-2}(2^2 - 1) \leq 3,$$

$$2^x \cdot 3 \leq 3,$$

$$2^x \leq 1, \quad \text{так как } 2^0 = 1 \text{ то}$$

$$2^x \leq 2^0$$

Так как основание  $2 > 1$ , то неравенство равносильно неравенству того же смысла  $x \leq 0$ .

Ответ:  $x \in (-\infty; 0)$ .

2. Решить неравенство  $7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 > 0$

Решение.

Заменим :  $7^x = t, t > 0$ ;

Получим неравенство:  $t^2 - 8t + 7 > 0$ . Трехчлен  $t^2 - 8t + 7$  разложим на множители:  
 $(t - 7)(t - 1) > 0$ .

$t < 7; t > 1$ .

$7^x < 7, a = 7 > 1$ , то  $x < 1$

$7^x > 1, 7^x > 7^0, a = 7 > 1$ , то  $x > 0$ .

Ответ:  $x \in (-\infty; 1) \cup (0; \infty)$ .

Образцы решения логарифмических неравенств.

1. Решить неравенство:

№п/п	Вариант 1	Вариант 2
1	$3^{x+2} - 3^x = 72$	$2^x - 2^{x-4} = 15$
2	$2 \cdot 3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x-2} = 1443$	$3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 3159$
3	$2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 10 = 0$	$2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$
4	$\left(\frac{1}{6}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^x - 6 = 0$	$4 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^x + 15 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x - 4 = 0$
5	$\log_3^2 x - 2\log_3 x - 3 = 0$	$\log_4^2 x - 4\log_4 x + 3 = 0$
6	$\log_7 2 = \log_7 x^2 - \log_7 8$	$\log_2 x^2 = \log_2 2 + \log_2 18$
7	$\log_{0.7}(x+3) + \log_{0.7}(x-3) = \log_{0.7}(2x-1)$	$\log_{11}(x+2) + \log_{11}(x-2) = \log_{11}(2x-1)$
Показательные и логарифмические неравенства		
1	$2^x + 2^{x+2} \leq 20$	$\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4} + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+5} > 6$
2	$7^x \geq 7^{x-1} + 6$	$2^{x+2} - 2^x > 96$
3	$7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 > 0$	$9^x - 6 \cdot 3^x < 27$
4	$0,2^{2x} - 1,2 \cdot 0,2^x + 0,2 > 0$	$\left(\frac{1}{7}\right)^{2x} - 8 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^x + 7 < 0$
5	$\log_7(2-x) \leq \log_7(3x+6)$	$\log_{2.5}(4x-5) \geq \log_{2.5}(3x-6)$
6	$\log_{\frac{1}{5}}(1-2x) > \log_{\frac{1}{5}}(5x+25)$	$\log_{0.8}(2x-3) < \log_{0.8}(3x-5)$

### Список основной и дополнительной литературы

Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10 - 11 кл. – М., 2012

Башмаков М.И. Математика (электронный учебник). Для общеобразовательных дисциплин. –

М., 2014 Башмаков М.И. Математика: учебник для 10 кл. – М., 1992.

### Самостоятельная работа № 5

#### Тема №3 Прямые и плоскости в пространстве

**Задание:** Решите задачи по теме: «Теорема о трех перпендикулярах»

**Цель работы:** знать теорему о трёх перпендикулярах

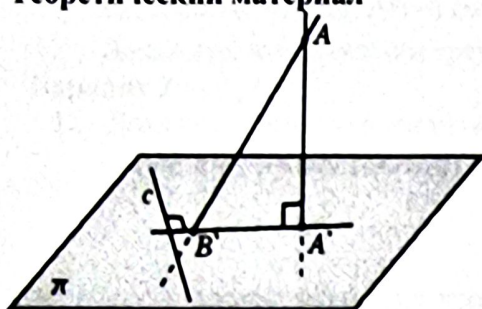
уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач.

**Алгоритм выполнения работы**

1. Повторите теоретический материал

2. Решите один из вариантов

**Теоретический материал**

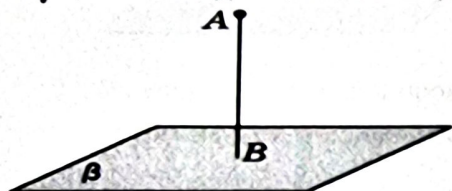


**Теорема:** Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

**Теорема (обратная):** Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.

**Определение:** Расстоянием от точки до плоскости в пространстве называется длина перпендикуляра,

опущенного из данной точки на данную плоскость



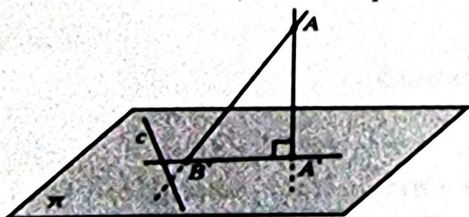
**Вопросы для закрепления.**

1. Как найти расстояние от точки до плоскости?
2. Может ли наклонная быть короче перпендикуляра, проведённого из той же точки к той же плоскости?
3. Если наклонные, проведённые из одной точки к плоскости, равны, то, что можно сказать об их проекциях?
4. Как формулируется обратное утверждение? Справедливо ли оно?
5. Сформулируйте теорему о трёх перпендикулярах
6. Как формулируется теорема, обратная теореме о трёх перпендикулярах?
7. Если точка равноудалена от всех вершин многоугольника, то во что она проектируется?
8. Если точка равноудалена от всех сторон многоугольника, то во что она проектируется?
9. Что называется углом между прямой и плоскостью?

**Решить самостоятельно.**

**Вариант 1**

1. Докажите, что если прямая, лежащая в плоскости, перпендикулярна наклонной к этой плоскости, то она перпендикулярна и ортогональной проекции этой наклонной.

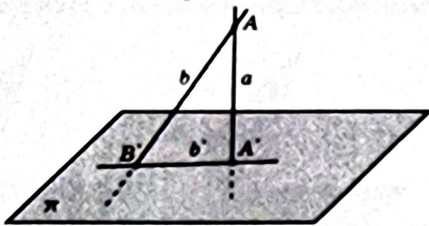


2. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 6 см длиннее второй. Проекция наклонных равны 17 см и 7 см. Найдите наклонные.

- Из вершины равностороннего треугольника  $ABC$  восстановлен перпендикуляр  $AD$  к плоскости треугольника. Чему равно расстояние от точки  $D$  до прямой  $BC$ , если  $AD=1$  дм,  $BC=8$  дм?
- Диагонали квадрата  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ .  $SO$  – перпендикуляр к плоскости квадрата.  $SO=4\sqrt{2}$  см.
  - Докажите равенство углов, образованных прямыми  $SA, SB, SD$  с плоскостью квадрата.
  - Найдите эти углы, если периметр  $ABCD$  равен 32 см.
- Отрезок  $SA$  длиной 15 см – перпендикуляр к плоскости прямоугольника  $ABCD$ , в котором  $AC=10$  см,  $AB=6$  см.  
Докажите, что проекции треугольников  $SBC$  и  $SDC$  имеют равные площади.

#### Вариант 2

- Докажите, что перпендикуляр, опущенный из точки на плоскость, короче всякой наклонной, проведенной из той же точки к той же плоскости.



- Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 17 см и 15 см. Проекция одной из них на 4 см больше проекции другой. Найдите проекции наклонных.
- Из вершины квадрата  $ABCD$  восстановлен перпендикуляр  $AE$  к плоскости квадрата. Чему равно расстояние от точки  $E$  до прямой  $BD$ , если  $AE=2$  дм,  $AB=8$  дм?
- Диагонали квадрата  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ .  $SO$  – перпендикуляр к плоскости квадрата.  $SO=4$  см. Точки  $K, L, M, N$  – середины сторон квадрата.
  - Докажите равенство углов, образованных прямыми  $SK, SL, SM, SN$  с плоскостью квадрата.
  - Найдите эти углы, если площадь  $ABCD$  равен  $64$  см<sup>2</sup>.
- Отрезок  $SA$  длиной 6 см – перпендикуляр к плоскости квадрата  $ABCD$ , в котором  $AC=8\sqrt{2}$  см.  
Докажите, что проекции треугольников  $SBC$  и  $SDC$  на плоскости квадрата равны.

#### Список основной и дополнительной литературы

Л.С Атанасян, В.ФБутузов Геометрия 10-11кл: учебник для общеобразоват. организаций: базовый и профильный уровни . Просвещение, 255с, 2013г

#### Самостоятельная работа №6

##### Тема №3 Прямые и плоскости в пространстве

**Задание:** Решите задачи по теме: « Угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями»

**Цель работы:** Уметь находить угол между прямой и плоскостью и угол между плоскостями.

##### Алгоритм выполнения работы

- Повторите теоретический материал

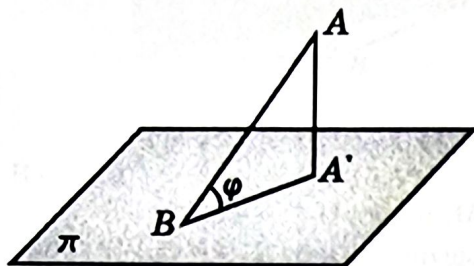
## 2 Решите один из вариантов

### Теоретические сведения

#### Угол между прямой и плоскостью.

Углом между наклонной и плоскостью называется угол между этой наклонной и ее ортогональной проекцией на данную плоскость.

Считают также, что прямая, перпендикулярная плоскости, образует с этой плоскостью прямой угол.



Определим понятие угла между плоскостями.

**Определение:** Угол между параллельными плоскостями считается равным нулю.

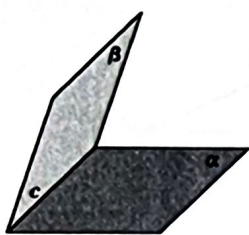


Рис. 1

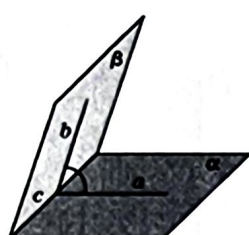


Рис. 2

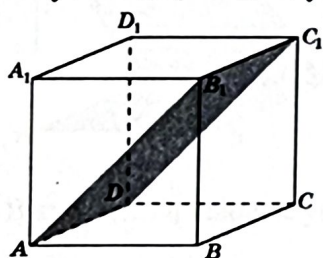
Пусть данные плоскости пересекаются. Проведем плоскость, перпендикулярную прямой их пересечения. Она пересекает данные плоскости по двум прямым. Угол между этими прямыми называется углом между данными плоскостями.

Заметим, что при пересечении двух плоскостей вообще-то образуются четыре угла. В качестве угла между плоскостями мы берем острый угол.

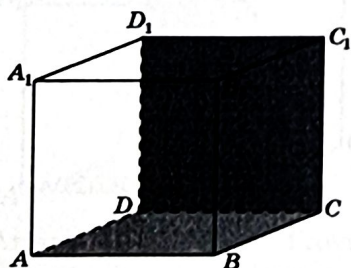
**Решить самостоятельно. Ответы обосновать.**

#### Вариант 1

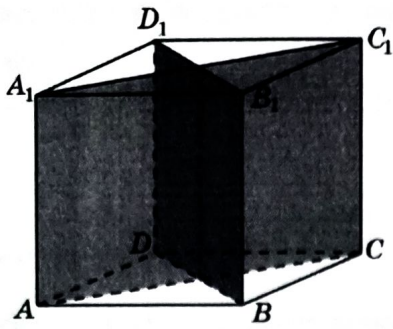
1. Из вершины  $A$  квадрата  $ABCD$  перпендикулярно его плоскости проведен отрезок  $AK$ , равный 3. Из точки  $K$  опущены перпендикуляры на стороны  $BC$  и  $CD$ . Перпендикуляр из точки  $K$  к стороне  $BC$  равен 6. Найдите углы, которые образуют эти перпендикуляры с плоскостью квадрата.
2. В кубе  $A...D_1$  найдите угол между прямой  $AA_1$  и плоскостью  $AB_1C_1$ .



3. В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $CDD_1$ .

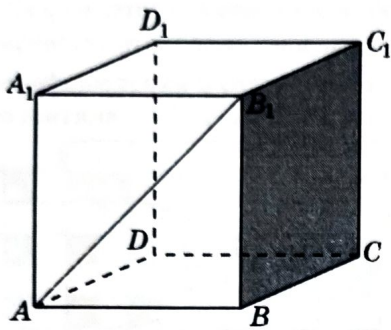


4. В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $ACC_1$  и  $BDD_1$ .

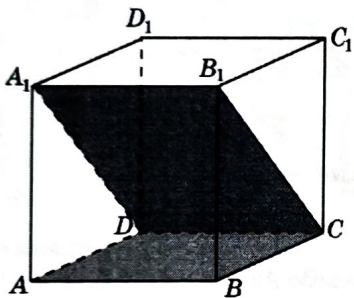


**Вариант 2**

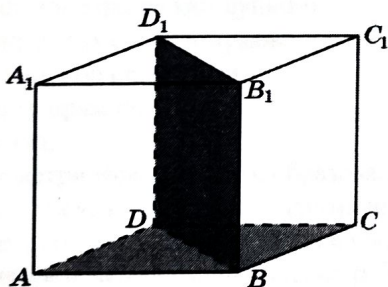
1. Из вершины  $A$  квадрата  $ABCD$  перпендикулярно его плоскости проведен отрезок  $AK$ , равный 6. Из точки  $K$  опущены перпендикуляры на стороны  $BC$  и  $CD$ . Перпендикуляр из точки  $K$  к стороне  $BC$  равен 18. Найдите углы, которые образуют эти перпендикуляры с плоскостью квадрата.
2. В кубе  $A...D_1$  найдите угол между прямой  $AB_1$  и плоскостью  $BCC_1$ .



3. В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $CDA_1$ .



4. В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BDD_1$ .



**Список основной и дополнительной литературы**

Л.С Атанасян, В.ФБутузов Геометрия 10-11кл: учебник для общеобразоват. организаций: базовый и профильный уровни . Просвещение, 255с, 2013г

**Самостоятельная работа №7**

**Тема №3 Прямые и плоскости в пространстве**

**Задание:** Составьте кроссворд на тему: Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве

**Цель:** знать основные понятия, определения взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве, уметь применять знания в нестандартной ситуации, отработка навыков составления кроссворда

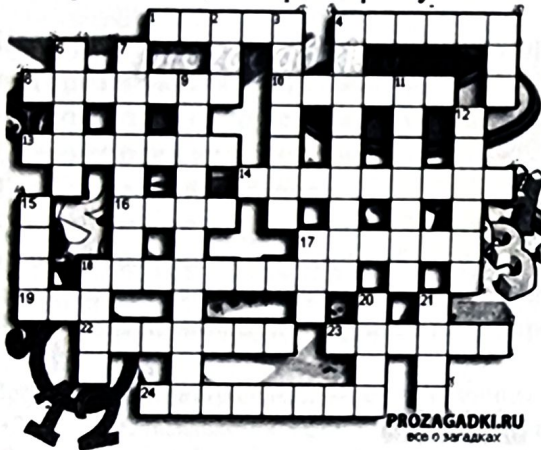
Кроссворд — игра, состоящая в разгадывании слов по определениям.

**Алгоритм выполнения работы**

1. В общем случае определение должно состоять из одного предложения.
2. Определения должны быть по возможности краткими. Следует избегать перечислений, не злоупотреблять причастными и деепричастными оборотами, не перегружать текст прилагательными. Определение кроссворда - своего рода компромисс между краткостью и содержательностью.
3. Запрещается использование в одной сетке двух и более одинаковых слов, даже с различными определениями.
4. В вопросах следует избегать энциклопедических определений. В целом работа должна быть авторской, а не перепечаткой статей из словаря.
5. Нежелательно начинать формулировку вопроса с цифры, глагола, деепричастия.
6. Запрещается использование однокоренных слов в вопросах и ответах.
7. В работе должна быть изюминка, то есть нечто, отличающее ее от миллионов других.
8. Запрещается помещать слова без пересечений (встречается и такое).
9. Не используются слова, пишущиеся через тире и имеющие уменьшительно-ласкательную окраску.

**Образец оформления и составления кроссвордов:**

По горизонтали; 1. Сторона прямоугольного треугольника.



4. Он есть у функции и последовательности.
8. Его штаны равны во все стороны.
10. Полный круг вращения.
13. Французский математик, специалист теории вероятностей.
14. Арифметическое действие.
16. Гектар — ... площади.
17. Часть матрицы.
18. Свойство углов.
19. Полупрямая.
22. Нейтральный элемент относительно умножения.
23. Группа повторяющихся цифр в бесконечной десятичной дроби.
24. Наибольший общий ...

**По вертикали:**

2. Бублик как математический объект.
3. Положение, нуждающееся в доказательстве.
4. Поверхность, имеющая 2 измерения.
5. Линейное алгебраическое уравнение.
6. Тригонометрическая функция.
7. Один из двух экстремумов.
9. Функция по своей сути.
11. Часть прямой.
12. Линия.
15. Геометрическая фигура, образованная двумя лучами.
17. Полный квадрат первого двузначного числа.
18. Для него необходимы натуральные числа.
20. В теории графов: маршрут, все ребра которого различны.
21. В теории графов: замкнутый маршрут, все ребра которого различны.

**Ответы:**

**По горизонтали:**

1-катет;  
4-предел;  
8-пифагор;  
10-оборот;  
13-пуассон;  
14-умножение;  
16-мера;  
17-строка;  
18-смежность;  
19-луч;  
22-единица;  
23-период;  
24-делитель;

**По вертикали:**

2-тор;  
3-теорема;  
4-плоскость;  
5-лау;  
8-синус;  
7-максимум;  
9-отображение;  
11-отрезок;  
12-кривая;  
15-угол;  
17-сто;  
18-счёт;  
20-цепь;  
21-цикл.

**Самостоятельная работа №8****Тема №4 Комбинаторика**

**Задание:** Решите задачи по теме: «Задачи комбинаторики»

**Цель работы:** знать формулы комбинаторики, уметь решать комбинаторные задачи

**Алгоритм выполнения работы**

1. Повторите теоретический материал

2. Решите один из вариантов

**Теоретический материал.**

*Комбинаторика (комбинаторный анализ, комбинаторная математика) – раздел математики, посвящённый решению задач выбора и расположения элементов некоторого, обычно конечного, множества в соответствии с заданными правилами*

**Число размещений из  $n$  элементов по  $m$  определяется по формуле:**

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Произведение натуральных чисел от единицы до какого-либо данного натурального числа  $n$ , то есть  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ , называется «факториалом» (англ. factorial, от лат. factor – делающий, производящий) и обозначается  $n!$  Термин ввёл Л. Арбогаст (1800), обозначение  $n!$  – К. Крамп (1808).

№1 Например, из 32 букв русского алфавита можно составить двухбуквенные комбинации, не содержащие повторений букв.

$$A_{32}^2 = \frac{32!}{(32-2)!} = 32 \cdot 31 = 992$$

№2 Учащиеся второго класса изучают 8 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день из 4 различных предметов?

**Решение:** Речь идёт о размещении из 8 элементов по 4. Имеем:

$$A_8^4 = 8! / (8-4)! = 8! / 4! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$$

**Ответ:** расписание можно составить 1680 способами.

**Для нахождения числа перестановок используют формулу  $P_n = n!$**

№3 Сколькими способами могут быть расставлены 8 участниц забега на восьми беговых дорожках?

**Решение:** Число способов равно числу перестановок из 8 элементов.

$$P_8 = 8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40320.$$

**Ответ:** существует 40320 способов расстановки участниц забега на 8 беговых дорожках.

**Размещениями с повторениями, находится по формуле  $A_n^m = n^m$**

№4 На пример, из 30 букв русского алфавита (исключая  $\text{ь}$  и  $\text{ъ}$ ) можно составить  $30^2 = 900$  двухбуквенных серий (например, для денежных знаков) и  $30^3 = 27\,000$  трехбуквенных серий.

**Число этих перестановок вычисляется по формуле**

$P_{n_1, n_2, \dots, n_k}^n = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$ , где  $n$  — общее количество элементов, входящих в перестановку, а  $n_1, n_2, n_k$  — количество одинаковых элементов в первой, второй, ...,  $k$ -й группах.

№5 Определим число перестановок с повторениями, которое можно получить из букв, составляющих словоформу *математика*. Всего в перестановках участвует десять букв, т. е.  $n = 10$ ; буква *м* повторяется два раза, поэтому если бы все остальные буквы были различными, то искомое число перестановок, было бы равно  $P_2^{10} = 10! / 2!$ . На самом деле, кроме двух одинаковых *м* в нашем слове имеются три *а* и два *т*. Поэтому общее число перестановок, полученных из букв, входящих в словоформу *математика*, равно

$$P_{2,2,3}^{10} = \frac{10!}{2!2!3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 151200.$$

Группы комбинаций, различающиеся только элементами, называются *сочетаниями* из  $n$  элементов по  $m$ . Их число равно:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

№6 имеется пять гвоздик разного цвета. Требуется составить букет из трёх гвоздик разного цвета. Решение:  $C_5^3 = 5! / 3! * (5-3)! = 5! / 3! * 2! = 4 * 5 / 1 * 2 = 20 / 2 = 10$ .

Решите задачи:

1. Сколькими способами могут восемь человек стать в очередь к театральной кассе?
2. Сколько слов можно образовать из букв слова фрагмент, если слова должны состоять: (а) из восьми букв, (б) из семи букв, (в) из трех букв?
3. Сколькими способами из восьми человек можно избрать комиссию, состоящую из пяти членов?
4. Сколько четырехбуквенных слов можно образовать из букв слова *сапфир*?
5. В классе 7 человек успешно занимаются математикой. Сколькими способами можно выбрать из них двоих для участия в математической олимпиаде?
6. В магазине продаётся 8 различных наборов марок, спортивной тематики. Сколькими способами можно выбрать из них 3 набора?

### Список основной литературы

Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10 - 11 кл. – М., 2012  
 Башмаков М.И. Математика (электронный учебник). Для общеобразовательных дисциплин. – М., 2014  
 Башмаков М.И. Математика: учебник для 10 кл. – М., 1992.

### Самостоятельная работа №9

#### Тема №6 Основы тригонометрии

**Задание:** Решение задач по теме: «Использование тригонометрических формул для преобразования тригонометрических выражений»

**Цель работы:** знать основные формулы тригонометрии  
 уметь выполнять преобразования тригонометрических функций, закрепите навыки преобразования тригонометрических выражений.

#### Алгоритм выполнения работы

1. Повторите теоретический материал

2. Решите один из вариантов

#### Теоретический материал.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1;$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x;$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x;$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}; \quad \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}; \quad \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1; \quad \operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{ctg} x}; \quad \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}.$$

**Синус и косинус суммы и разности аргументов:**

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

**Формулы двойного аргумента:**

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = (\cos \alpha)^2 - (\sin \alpha)^2$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

**Формулы понижения степени:**

$$(\sin \alpha)^2 = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$(\cos \alpha)^2 = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

**Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение:**

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Вариант 1	Вариант 2
<p>1. Вычислить выражение, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:  <math>\sin 105^\circ</math></p>	<p>1. Вычислить выражение, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:  <math>\cos 15^\circ</math></p>
<p>2. Упростить выражение, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:                  2.1. <math>\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \frac{1}{2} \sin \alpha</math></p>	<p>2. Упростить выражение, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:                  2.1. <math>\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha</math></p>
<p>3. Найдите значение выражения, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:                  3.1. <math>\cos 107^\circ \cos 107^\circ + \sin 107^\circ \sin 17^\circ</math>                  3.2. <math>\sin 63^\circ \cos 27^\circ + \cos 63^\circ \sin 27^\circ</math>                  3.3. <math>\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{\pi}{4}</math></p>	<p>3. Найдите значение выражения, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:                  3.1. <math>\cos 36^\circ \cos 24^\circ - \sin 36^\circ \sin 24^\circ</math>                  3.2. <math>\sin 51^\circ \cos 21^\circ - \cos 51^\circ \sin 21^\circ</math>                  3.3. <math>\cos \frac{5\pi}{8} \cos \frac{3\pi}{8} + \sin \frac{5\pi}{8} \sin \frac{3\pi}{8}</math></p>
<p>4. Докажите тождество используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:                  4.1. <math>\sin(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha) \cos(-\beta) = \sin \beta \cos \alpha</math>                  4.2. <math>\sin(30^\circ - \alpha) - \cos(60^\circ - \alpha) = -\sqrt{3} \sin \alpha</math></p>	<p>4. Докажите тождество используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:                  4.1. <math>\cos(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha) \sin(-\beta) = \cos \alpha \cos \beta</math></p>

	4.2. $\sin(30^\circ - a) + \sin(30^\circ + a) = \cos a$
1. Упростить выражение, используя формулы двойного аргумента:  5.1. $\frac{\sin 2\alpha}{\cos \alpha} = \sin \alpha$  5.2. $\frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = -\sin \alpha$ 5.3. $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$ 5.4. $(\cos 15^\circ + \sin 15^\circ)^2$	5. Упростить выражение, используя формулы двойного аргумента:  5.1. $(\cos \alpha)^2 - \cos 2\alpha$ 5.2. $\frac{\sin 6\alpha}{(\cos 3\alpha)^2}$  5.3. $(\cos 75^\circ - \sin 75^\circ)^2$ 5.4. $(\cos 15^\circ)^2 - (\sin 15^\circ)^2$
6. Известно, что $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ , $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ Найдите: $\sin 2\alpha$ , $\cos 2\alpha$	6. Известно, что $\cos \alpha = 0,8$ , $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ Найдите: $\sin 2\alpha$ , $\cos 2\alpha$
7. Известно, что $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ , $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ Найдите: $\sin \frac{\alpha}{2}$ , $\cos \frac{\alpha}{2}$	7. Известно, что $\cos \alpha = \frac{3}{4}$ , $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ Найдите: $\sin \frac{\alpha}{2}$ , $\cos \frac{\alpha}{2}$
8. Представить в виде произведения: 8.1. $\sin 40^\circ + \sin 16^\circ$ 8.2. $\sin 20^\circ - \sin 40^\circ$ 8.3. $\cos 15^\circ + \cos 45^\circ$ 8.4. $\cos 46^\circ - \cos 74^\circ$	8. Представить в виде произведения: 8.1. $\sin 10^\circ + \sin 50^\circ$ 8.2. $\sin 52^\circ - \sin 36^\circ$ 8.3. $\cos 20^\circ + \cos 40^\circ$ 8.4. $\cos 75^\circ - \cos 15^\circ$

### Список основной и дополнительной литературы

Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10 - 11 кл. – М., 2012  
 Башмаков М.И. Математика (электронный учебник). Для общеобразовательных дисциплин. – М., 2014  
 Башмаков М.И. Математика: учебник для 10 кл. – М., 1992.

### Самостоятельная работа №10

#### Тема №6 Основы тригонометрии

**Задание** Решите задачи по теме: «Решение тригонометрических уравнений»

**Цель работы:** Знать методы решения тригонометрических уравнений и применять их при решении упражнений

#### Алгоритм выполнения работы

1. Повторите теоретический материал

2. Решите один из вариантов

#### Теоретический материал

Формулы для повторения

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$$

$$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$$

## Общие формулы решения тригонометрических уравнений

I. $\sin x = a,  a  \leq 1;$ $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	II. $\cos x = a,  a  \leq 1$ $x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
II $\operatorname{tg} x = a, a - \text{любое число}$ Г $x = \operatorname{arctg} x + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	I $\operatorname{ctg} x = a, a - \text{любое число}$ $x = \operatorname{arcctg} x + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

## Частные решения тригонометрических уравнений

$\sin x = 0$ $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\sin x = 1$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\sin x = -1$ $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\cos x = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\cos x = 1$ $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\cos x = -1$ $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

## Значение тригонометрических функций

град	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
радиан	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	не существ
$\operatorname{ctg} \alpha$	Не существ	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Формулы для повторения:

$$ax^2 + bx + c = 0, D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c.$$

Если  $D > 0$ , то корни квадратного уравнения находим по формуле:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

**Образцы решения тригонометрических уравнений второго порядка:**

**Образец №1**

Решить уравнение:

$$2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$$

Решение. Введем новую переменную:  $z = \sin x$ . Тогда уравнение примет вид:  $2z^2 - 5z + 2 = 0$ .

Решая квадратное уравнение находим  $z_1 = 2$  и  $z_2 = \frac{1}{2}$ .

Значит, либо  $\sin x = 2$ , либо  $\sin x = \frac{1}{2}$ . Первое уравнение не имеет корней, а из второго находим

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

### Образец №2

Решить уравнение:

$$\cos^2 x - \sin^2 x - \cos x = 0$$

Решение:

Воспользуемся тем, что  $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

Тогда заданное уравнение можно записать в виде:

$$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) - \cos x = 0$$

После преобразования получим:

$$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

Введем новую переменную  $z = \cos x$ . Тогда данное уравнение примет вид:

$$2z^2 - z - 1 = 0. \text{ Решая его, находим } z_1 = 1, z_2 = -\frac{1}{2}$$

Значит, либо  $\cos x = 1$ , либо  $\cos x = -\frac{1}{2}$

Решая первое уравнение  $\cos x = 1$ , как частное, находим его решение

$$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Решая второе уравнение, находим решение:

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \left(\pi - \arccos\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

### Образец №3

Решить уравнение:

$$3\sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 5\cos x = 2$$

Решение:

С числом 2, содержащимся во правой части, поступим следующим образом. Известно, что  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  - это тождество верно для любого значения  $x$ .

Тогда  $2(\sin^2 x + \cos^2 x) = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x = 2$ .

Заменив в первом уравнении 2 на  $2\sin^2 x + 2\cos^2 x$ , получим:

$$3\sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 5\cos^2 x = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x$$

$$3\sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 5\cos^2 x - 2\sin^2 x - 2\cos^2 x = 0$$

$$\sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$$

Обе части уравнения разделим на  $\cos^2 x$  почленно

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{2\sqrt{3} \sin x \cos x}{\cos^2 x} + \frac{3\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

Так как  $\frac{\sin x}{\cos x} = \operatorname{tg} x$ , то полученное уравнение запишем в виде:

$$\operatorname{tg}^2 x - 2\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 3 = 0$$

Введя новую переменную  $t = \operatorname{tg} x$ , получим квадратное уравнение:

$$t^2 - 2\sqrt{3} t + 3 = 0, \text{ решая уравнение, получим: } t = \sqrt{3}$$

Итак,  $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$

$$x = \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \pi n,$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Решить самостоятельно

Вариант 1	Вариант 2
<p>1. Решить уравнения:</p> <p>1.1. <math>2\cos x - \sqrt{2} = 0</math></p> <p>1.2. <math>\operatorname{tg} 2x + 1 = 0</math></p> <p>1.3. <math>\sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = 1</math></p> <p>2. Определить число корней уравнения <math>3\operatorname{ctg} 2x - \sqrt{3} = 0</math> принадлежащих отрезку <math>\left[\frac{\pi}{6}; \pi\right]</math>.</p>	<p>1. Решить уравнения:</p> <p>1.1. <math>\sqrt{3} \operatorname{tg} x - 1 = 0</math></p> <p>1.2. <math>2\sin\left(-\frac{x}{2}\right) = 1</math></p> <p>1.3. <math>2\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}</math></p> <p>2. Найдите наименьший положительный корень уравнения <math>\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}</math>.</p>
<p>Решить уравнения:</p> <p>1. <math>3\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0</math></p> <p>2. <math>3\cos^2 2x + 10\cos 2x + 3 = 0</math></p> <p>3. <math>3\cos^2 x + 10\cos x + 3 = 0</math></p> <p>4. <math>2\sin^2 x + 3\cos x = 0</math></p> <p>5. <math>3\operatorname{tg}^2 x + 2\operatorname{tg} x - 1 = 0</math></p> <p>6. <math>2\sin^2 x - 5\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0</math></p> <p>7. <math>2\cos^2 x - \sin x \cos x + 5\sin^2 x = 3</math></p>	<p>Решить уравнения:</p> <p>1. <math>6\cos^2 x + \cos x - 1 = 0</math></p> <p>2. <math>2\sin^2 2x - 3\sin 2x + 1 = 0</math></p> <p>3. <math>2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0</math></p> <p>3. <math>5\cos^2 x + 6\sin x - 6 = 0</math></p> <p>4. <math>2\operatorname{tg}^2 x + 3\operatorname{tg} x - 2 = 0</math></p> <p>5. <math>3\cos^2 x + 10\sin x \cos x + 3\sin^2 x = 0</math></p> <p>6. <math>2\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 4</math></p>

### Список основной и дополнительной литературы

Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10 - 11 кл. – М., 2012  
 Башмаков М.И. Математика (электронный учебник). Для общеобразовательных дисциплин. – М., 2014  
 Башмаков М.И. Математика: учебник для 10 кл. – М., 1992.

### Самостоятельная работа №11

#### Тема №7 Функции и графики

**Задание:** Решите задачи по теме: «Построение графиков функции»

**Цель работы:** Уметь по графику функции определить ее свойства. Уметь строить графики функций.

#### Алгоритм выполнения работы

1. Решите один из вариантов

Вариант 1

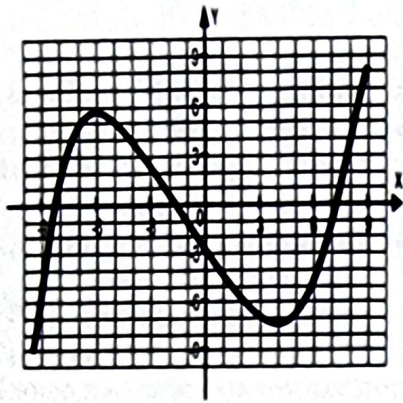
1. По графику функции  $y = f(x)$ , изображенному на рисунке, определите промежуток убывания функции:

1.  $(-\infty; 5]$ ; 2.  $(-6; 4]$ ; 3.  $[-6; 4]$ ; 4.  $[4; \infty)$ .

2. По графику функции  $y = f(x)$ , изображенному на рисунке, определить максимум и минимум функции.

3. По графику функции  $y = f(x)$ , изображенному на рисунке указать область определения и область значения функции.

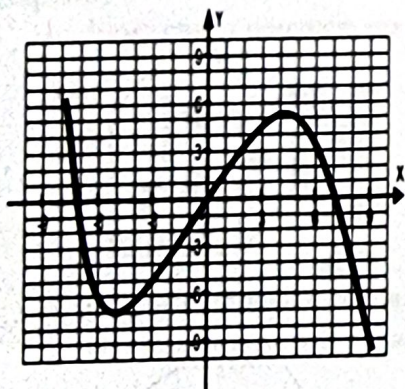
4. По графику функции  $y = f(x)$ , изображенному на рисунке, указать промежутки, где  $f(x) > 0$ .



5. Найти область определения функции  $y = \sqrt{x - 4}$ .
1.  $[4; \infty)$ ; 2.  $(4; \infty)$ ; 3.  $(-\infty; 4]$ ; 4.  $(-\infty; 4)$
6. Укажите наибольшее значение функции  $y = 2x - 10$  на отрезке  $[-1; 2]$ .
1.  $-12$ ; 2.  $8$ ; 3.  $-6$ ; 4.  $-2$ .
7. При каких значениях  $x$  функция  $y = 2x - 4$  принимает положительные значения?
1.  $[-2; \infty)$ ; 2.  $(2; \infty)$ ; 3.  $(-\infty; 0,5)$ ; 4.  $(-\infty; 2]$ .
8. Найдите нули функции  $y = x^2 + 2x$ .
1.  $\{-1; -2\}$ ; 2.  $\{0\}$ ; 3.  $\{0; 2\}$ ; 4.  $\{0; -2\}$ .
9. Постройте график функции:  $y = (x - 2)^2 + 3$

#### Вариант 2

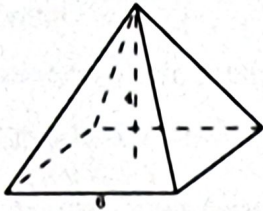
1. По графику функции  $y = f(x)$ , изображенному на рисунке, определите промежуток возрастания функции.
1.  $(-\infty; 4]$ ; 2.  $[-5; 4]$ ; 3.  $(-5; 4)$ ; 4.  $[4; \infty)$ .
2. По графику функции  $y = f(x)$ , изображенному на рисунке, определить максимум и минимум функции.
3. По графику функции  $y = f(x)$ , изображенному на рисунке указать область определения и область значения функции.
4. По графику функции  $y = f(x)$ , изображенному на рисунке, указать промежутки, где  $f(x) > 0$ .



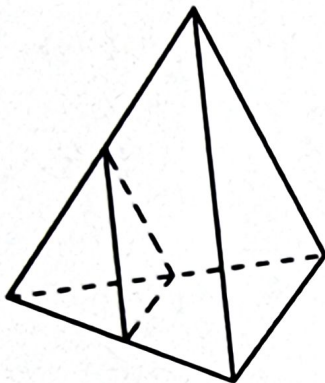
#### Список основной и дополнительной литературы

- Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10 - 11 кл. – М., 2012
- Башмаков М.И. Математика (электронный учебник). Для общеобразовательных дисциплин. – М., 2014
- Башмаков М.И. Математика: учебник для 10 кл. – М., 1992.

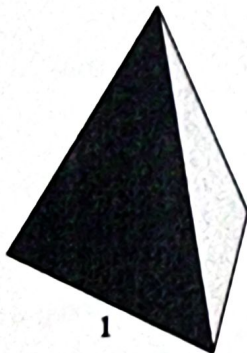
3. Найдите площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 см и высота 4 см.



4. Как изменятся площади боковой и полной поверхностей пирамиды, если все её рёбра: а) увеличить в 2 раза; б) уменьшить в 5 раз?



5. Чему равна площадь поверхности правильного тетраэдра с ребром 1?



#### Список основной литературы

Л.С Атанасян, В.Ф.Бутузов Геометрия 10-11кл: учебник для общеобразоват. организаций: базовый и профильный уровни . Просвещение, 255с, 2013г

#### Самостоятельная работа №13

#### Тема № 9 Начала математического анализа

**Задание:** Решите задачи на тему: «Решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения»

**Цель:** уметь применять производную для проведения приближенных вычислений, уметь решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;

#### Алгоритм выполнения работы

1. Обозначить некоторую неизвестную величину прикладной задачи переменной  $x$ .
2. Записать ту величину, которая должна быть по условию наименьшей (наибольшей) как функцию переменной  $x$ .

3. Исследовать полученную функцию на экстремум, используя производные 1-го порядка и второго порядка, найти значение  $x$ , соответствующее точке экстремума исследуемой функции.

4. Записать ответ, вернувшись к прикладному значению  $x$ .

**Задача.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции:

$$y = x^4 - 2x^2 + 3 \text{ на сегменте } [-2; 2]$$

Решение: Найдём критические точки и исследуем их на экстремум.

$$f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$$

$$4x^3 - 4x = 0$$

$$4x(x^2 - 1) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = -1, x_3 = 1$$

$$f''(x) = 4(3x^2 - 1)$$

$$f''(0) = -4 < 0$$

$$f''(-1) = 8 > 0$$

$$f''(1) = 8 > 0$$

В точке  $x=0$  функция имеет максимум, равный  $f(0)=3$ .

В каждой из точек  $x=-1$  и  $x=1$  функция имеет минимум, равный  $f(-1)=f(1)=2$

Найдём значения функции на концах сегмента :

$$f(-2) = f(2) = 11. \text{ Итак, наибольшее значение равно } 11, \text{ а наименьшее } 2.$$

№ 1. Найдите положительное число, чтобы разность между ним и его кубом была наибольшей.

№ 2. Площадь прямоугольника 64 см<sup>2</sup>. Какую длину должны иметь его стороны, чтобы периметр был наименьшим?

№ 3. Периметр прямоугольника 24 см. Какую длину должны иметь его стороны, чтобы площадь была максимальна?

№ 4. Объем правильной четырехугольной призмы – 8 см<sup>3</sup>. Какую длину должны иметь сторона основания  $a$  и высота  $h$ , чтобы площадь ее поверхности была минимальной?

№ 5. Число 54 представьте суммы трех слагаемых, два из которых пропорциональны числам 1 и 2, таким образом, чтобы произведения всех слагаемых было наибольшим.

Запишите эти числа в порядке возрастания.

**Список основной литературы**

Башмаков М.И Математика (базовый уровень). 10 - 11 кл. – М., 2012

### Самостоятельная работа №14

#### Тема №10 Интеграл и его применение

**Задание:** Решите задачи на тему: «Вычислить в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла»

**Цель:** уметь вычислять площади с использованием определенного интеграла»

#### Алгоритм выполнения работы

1. Прочитайте теоретический материал
2. Разберите образец решения
3. Решите один из вариантов

#### Теоретический материал

**Определение:** Неопределенным интегралом функции  $f(x)$  называется совокупность первообразных функций, которые определены соотношением:

$F(x) + C$ . Записывают:  $\int f(x)dx = F(x) + C$ , где  $F(x)$  - есть некоторая первообразная функции  $f(x)$  на этом промежутке,  $C$  - const. При этом знак  $\int$  называется знаком интеграла,  $f(x)$  - подынтегральной функцией,  $f(x)dx$  - подынтегральным выражением,  $x$  - переменная интегрирования,  $C$  - постоянная интегрирования.

Операция нахождения неопределенного интеграла от данной функции называется интегрированием данной функции.

Интегрирование – операция, обратная операции дифференцирования. У всякой непрерывной на данном интервале функции существует неопределенный интеграл.

Таблица неопределенных интегралов

$\int dx = x + C$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \operatorname{tg} x dx = -\ln \cos x  + C$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x  + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$	$\int \operatorname{ctg} x dx = \ln x  + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \operatorname{arcsin} \frac{x}{a} + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$	$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left  \frac{x-a}{x+a} \right  + C$

#### Свойства неопределенного интеграла:

$$\int dF(x) = F(x) + C;$$

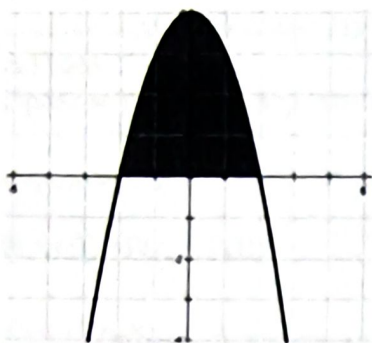
$$\int kf(x)dx = k \int f(x)dx;$$

$$\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx;$$

$$\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C;$$

**Определение:** Фигура, ограниченная снизу отрезком  $[a, b]$  оси  $Ox$ , сверху графиком непрерывной функции  $y = f(x)$ , принимающей положительные значения, а с боков отрезками прямых  $x = a$ ,  $x = b$  называется криволинейной трапецией.

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$



**Образец решения:**

*Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями*

$$y = 4 - x^2 \text{ и } y = 0$$

**Решение:**

1.  $y = 4 - x^2$  - квадратичная функция, график - парабола, ветви направлены вниз, вершина  $(0; 4)$

$y = 0$  - ось абсцисс.

2. Найдём точки пересечения параболы с осью  $X$ :

$$x^2 - 4 = 0;$$

$$x^2 = 4, \quad x = 2, \quad x = -2.$$

3. Найдём площадь криволинейной трапеции по формуле:

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left( 4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^2 = \left( 4 \cdot 2 - \frac{2^3}{3} \right) - \left( 4 \cdot (-2) - \frac{(-2)^3}{3} \right) = \\ &= 8 - \frac{8}{3} + 8 - \frac{8}{3} = 16 - \frac{16}{3} = 16 - 5 \frac{1}{3} = 10 \frac{2}{3} \text{ (ед.}^2 \text{)} \end{aligned}$$

Решить самостоятельно:

**Вариант 1**

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1.1  $f(x) = 16 - x^2, \quad f(x) = 0.$

1.2.  $f(x) = 1 + x^2, \quad y = 2.$

**Вариант 2**

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1.1.  $f(x) = 9 - x^2, \quad f(x) = 0.$

1.2.  $f(x) = 3 + x^2, \quad y = 4$

### Список основной литературы

Башмаков М.И Математика (базовый уровень). 10 - 11 кл. - М., 2012

Башмаков М.И Математика (электронный учебник). Для общеобразовательных дисциплин. - М., 2014

Башмаков М.И. Математика: учебник для 10 кл. - М., 1992

### Самостоятельная работа №15

**Тема № 11 Элементы теории вероятностей и математической статистики**

**Задание:** Решите задачи по теме: «Элементы теории вероятностей»

**Цель :** закрепить навыки решения задач на вычисление вероятностей

**Алгоритм выполнения работы:**

1. Повторите теоретический материал

2. Разберите образцы решения

3. Решите один из вариантов

**Теоретический материал**

*В теории вероятностей испытанием принято называть эксперимент, который (хотя бы*

теоретически) может быть произведён в одних и тех же условиях неограниченное число раз.

Результат или исход каждого испытания назовём **событием**. Каждое событие, которое может произойти, а может и не произойти, называется **случайным событием**. Мерой возможности появления события  $A$  при осуществлении комплекса условий  $\sigma$  является вероятность  $P(A)$  этого события. Если результаты испытания можно представить в виде полной системы  $n$  равновозможных и попарно несовместимых событий и если случайное событие появляется только в  $m$  случаях, то вероятность события  $A$  равна  $P(A) = m/n$ , т. е. отношению количества случаев, благоприятствующих данному событию, к общему числу всех случаев.

Правило сложения вероятностей формулируется следующим образом.

Вероятность объединения двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

Таблица факториалов

1! =	1	6! =	720
2! =	2	7! =	5 040
3! =	6	8! =	40 320
4! =	24	9! =	362 880
5! =	120	10! =	3 628 800

Примеры решения задач.

№1 На полке 6 видеокассет. Найдите вероятность того, что все кассеты окажутся на своем месте.

Решение :  $N=6!=720$ - число всех событий ,

$N(A)=1$ - число благоприятствующих событий.

$$P(A)=1/720=0,0014.$$

Ответ : 0,0014

№2 Слово **апельсин** написали на полоске картона и разрезали полоску на буквы. Девочка, играя, выложила их в ряд в случайном порядке. Найдите вероятность того, что это слово спаниель

Решение: :  $N=8!=40320$  - число всех событий ,

$N(A)=1$ - число благоприятствующих событий.

$$P(A)=1/40320=0,000025.$$

Ответ : 0,000025

№3. В лотерее 1000 билетов; из них на один билет падает выигрыш 500 руб., на 10 билетов - выигрыши по 100 руб., на 50 билетов - выигрыши по 20 руб., на 100 - билетов - выигрыши по 5 руб., остальные билеты невыигрышные. Некто покупает один билет. Найти вероятность выиграть не менее 20 руб.

Решение. Рассмотрим события:

$A$  - выиграть не менее 20 руб.,

$A_1$  - выиграть 20 руб.,

$A_2$  - выиграть 100 руб.,

$A_3$  - выиграть 500 руб.

Очевидно,  $A = A_1 + A_2 + A_3$ .

По правилу сложения вероятностей:

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = 0,050 + 0,010 + 0,001 = 0,061$$

Решите задачи:

№1 Найдите вероятность того , что три последние цифры случайно выбранного телефонного номера- это цифры 2,3,1. в произвольном порядке.

№2 Для участие в телевикторине случайным образом выбирают 3 игрока из 8 претендентов. Какова вероятность того, что будут выбраны 1-й, 4-й, и 8-й игрок

№3 Производится бомбометание по трём складам боеприпасов, причём сбрасывается одна бомба. Вероятность попадания в первый склад 0,01; во второй 0,008; в третий 0,025. При попадании в один из складов взрываются все три. Найти вероятность того, что склады будут взорваны.

### Список основной литературы

Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10 - 11 кл. – М., 2012

Башмаков М.И. Математика (электронный учебник). Для общеобразовательных дисциплин. – М., 2014 Башмаков М.И. Математика: учебник для 10 кл. – М., 1992.

### Самостоятельная работа №16

**Тема:** Повторение решение задач пробных вариантов контрольных работ

**Цель:** контроль и самоконтроль умений и знаний по основным вопросам математике

**Задание:** решите задачи из вариантов заданий

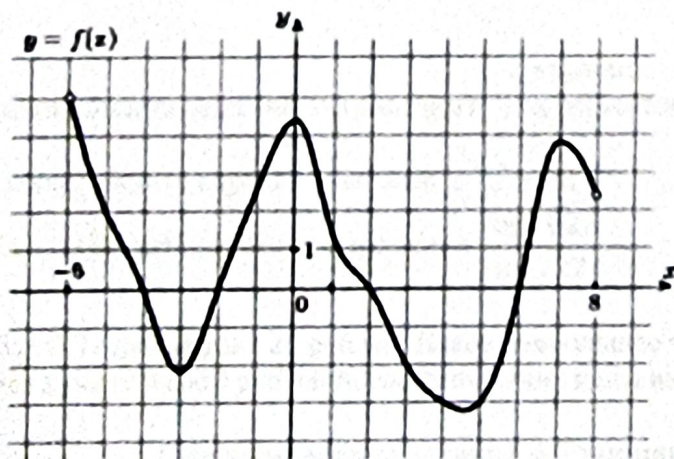
1 вариант

1. (1 балл) Найдите корень уравнения  $3^{2 \cdot 2x} = 81$ .
2. (1 балл) Найдите значение выражения  $\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$ .
3. (1 балл) Флакон шампуня стоит 160 рублей. Какое наибольшее число флаконов можно купить на 1000 рублей во время распродажи, когда скидка составляет 25%?

При выполнении заданий 4-7 запишите полученный ответ.

4. (1 балл) На рисунке (см. ниже) изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-6; 8)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.
5. (1 балл) Определите наименьшее и наибольшее значения функции.
6. (1 балл) При каких значениях  $x$ ,  $f(x) \geq 0$ .

7. (1 балл) При каких значениях  $x$ ,  $f(x) \leq 0$ .



При выполнении заданий 8-12 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

8. (1 балл) Найдите значение  $\sin \alpha$ , если известно, что  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$  и  $\alpha \in I$  четверти.
9. (1 балл) Решить уравнение  $2\cos(x + \frac{\pi}{3}) = 1$ .

10. (1 балл) Решите уравнение  $\log_5(5 - 5x) = 2\log_5 2$ .

11. (1 балл) Строительной фирме нужно приобрести 50 кубометров строительного бруса у одного из трех поставщиков. Какова наименьшая стоимость такой покупки с доставкой (в рублях)? Цены и условия указаны в таблице.

Поставщик	Цена бруса (руб. за 1м <sup>3</sup> )	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	3500	9900	-
Б	4500	7900	При заказе на сумму больше 150000 руб. доставка бесплатно
В	3600	7900	При заказе на сумму больше 200000 руб. доставка бесплатно

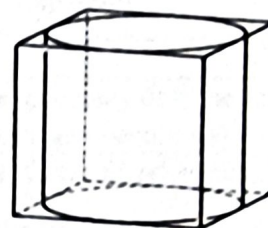
12. (1 балл) В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  боковая сторона  $AB$  равна 8, а  $\cos A = \frac{\sqrt{7}}{4}$ . Найдите высоту, проведенную к основанию.

При выполнении заданий 13-18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 балл) Найдите значение выражения  $4\sqrt{6} + 10 \cdot 4^{-6} - \sqrt{6}$ .

14. (1 балл) Найдите корень уравнения  $x = \frac{8x+36}{x+13}$ .

15. (1 балл) Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 2. Объем параллелепипеда равен 16. Найдите высоту цилиндра.



16. (1 балл) Тело движется по закону  $S(t) = x^2 - 4x + 3$ . Определите, в какой момент времени скорость будет равна 4.

17. (1 балл) Решить уравнение  $\sin^2 x - 2\sin x - 3 = 0$ .

18. (1 балл) Решите неравенство  $\frac{1}{5^x} \geq 0,04$ .

### 2 вариант

При выполнении заданий 1-3 запишите ход решения и полученный ответ.

1. (1 балл) Найдите корень уравнения  $2^{1-x} = 16$ .

2. (1 балл) Найдите значение выражения  $\frac{\log_2 \sqrt[3]{27}}{\log_2 27}$ .

3. (1 балл) Тетрадь стоит 20 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 350 рублей после понижения цены на 25 %.

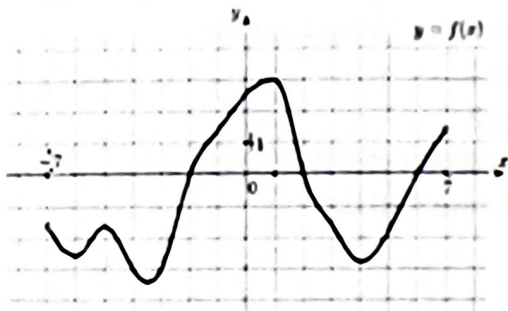
При выполнении заданий 4-7 запишите полученный ответ.

4. (1 балл) На рисунке (см. ниже) изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-7; 7)$ . Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

5. (1 балл) Определите наименьшее и наибольшее значения функции.

6. (1 балл) При каких значениях  $x$ ,  $f(x) \geq 0$ .

7. (1 балл) При каких значениях  $x$ ,  $f(x) \leq 0$ .



При выполнении заданий 8-12 укажите ход решения и запишите полученный ответ.

8. (1 балл) Найдите значение  $\cos \alpha$ , если известно, что  $\sin \alpha = \frac{12}{13}$  и  $\alpha \in I$  четверти.

9. (1 балл) Решить уравнение  $2\sin(x + \frac{\pi}{2}) = 1$ .

10. (1 балл) Решите уравнение  $\log_3(2 - 2x) = 2\log_3 4$ .

11. (1 балл) Строительной фирме нужно приобрести 79 кубометров пенобетона у одного из трех поставщиков. Сколько придётся заплатить за самую дешёвую покупку с доставкой (в рублях)? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Стоимость пенобетона (руб. за 1 м <sup>3</sup> )	Стоимость доставки (в руб.)	Дополнительные условия
А	2650	4400	-
Б	3200	5400	При заказе на сумму больше 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2680	3400	При заказе более 80 м <sup>3</sup> доставка бесплатно

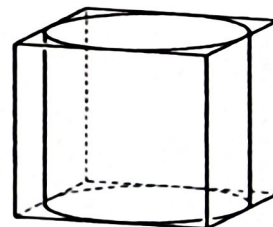
12. (1 балл) В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 6$ ,  $\cos A = \frac{3}{5}$ . Найдите высоту  $CH$ .

При выполнении заданий 13 - 18 запишите ход решения и полученный ответ.

13. (1 балл) Найдите значение выражения  $3\sqrt{5} + 10 \cdot 3^{-5} - \sqrt{5}$ .

14. (1 балл) Найдите корень уравнения  $x = \frac{7x - 6}{x + 2}$ .

15. (1 балл) Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания цилиндра равен 2. Объем параллелепипеда равен 80. Найдите высоту цилиндра.



16. (1 балл) Тело движется по закону  $S(t) = 2t^2 - t + 1$ . Определите, в какой момент времени скорость будет равна 7.

17. (1 балл) Решить уравнение  $\sin^2 x - 6\sin x = 0$ .

18. (1 балл) Решите неравенство  $\frac{1}{8x} > 0,125$ .

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН  
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

**СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП**

Сертификат 278015872020984066915621024906056358857500955707

Владелец Шулимова Евгения Рафаильевна

Действителен с 01.10.2025 по 01.10.2026